



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

ULB

Die Randstruktur von Druckpunkten - eine experimentelle Untersuchung der Farbspaltungsströmung

Behler, Helmut
(1993)

DOI (TUprints): <https://doi.org/10.25534/tuprints-00013542>

Lizenz:



CC-BY 4.0 International - Creative Commons, Namensnennung

Publikationstyp: Buch

Fachbereich: 16 Fachbereich Maschinenbau

16 Fachbereich Maschinenbau

Quelle des Originals: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/13542>

Die Randstruktur von Druckpunkten – eine experimentelle Untersuchung der Farbspaltungsströmung

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Hochschule Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Helmut Behler

aus

Essen

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Chr. Hars
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. J. H. Spurk
Tag der Einreichung:	29. Juni 1992
Tag der mündlichen Prüfung:	3. Februar 1993

Darmstadt 1993

D17

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Druckmaschinen und Druckverfahren der Technischen Hochschule Darmstadt.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Chr. Hars, dem Leiter des Fachgebiets, danke ich besonders für das in mich gesetzte Vertrauen, den zur Durchführung und Fertigstellung der Arbeit gewährten Freiraum sowie für die Übernahme des Referates und der Drucklegung.

Herrn Prof. Dr.-Ing. J. H. Spurk danke ich für sein Interesse an der Arbeit, seine Unterstützung der experimentellen Untersuchung und für die Übernahme des Koreferates. Seine wertvollen Anregungen haben wesentlichen Anteil am Gelingen der Arbeit.

Für die leihweise Überlassung von Versuchseinrichtungen danke ich Herrn Dr.-Ing. H. Praast vom Fachgebiet Papierfabrikation der Technischen Hochschule Darmstadt.

Die Motivation für die vorliegende Arbeit stammte aus einem von mir bearbeiteten Forschungsvorhaben, das von der Forschungsgesellschaft Druckmaschinen e.V. (FGD) und der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungseinrichtungen (AiF) finanziell unterstützt worden ist. Hierfür gebührt den genannten Institutionen Dank.

Bei allen Kollegen, Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern am Fachgebiet Druckmaschinen und Druckverfahren, die stets hilfsbereit und ideenreich zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben, bedanke ich mich herzlich.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, daß ich die vorliegende Arbeit
– abgesehen von den ausdrücklich genannten Hilfen –
selbständig angefertigt habe.

Darmstadt, im Juni 1992

Helmut Behler

Inhaltsübersicht

	Seite
1. Einführung	1
1.1 Farbspaltung in der Drucktechnik	1
1.2 Zielsetzung dieser Arbeit	4
2. Theoretisches Modell für die Farbspaltungs- strömung	6
2.1 Das Darcysche Gesetz	6
2.2 Randbedingungen	8
2.3 Lösung für $V = 0$	10
2.4 Auftreten von Kavitation	10
3. Dimensionsanalytische Betrachtung	12
4. Lineare Stabilitätsanalyse	18
5. Experimenteller Teil	23
5.1 Allgemeines	23
5.2 Versuche mit Vorrichtung A	25
5.2.1 Versuchsaufbau	25
5.2.2 Versuchsdurchführung	27
5.2.3 Fotografische Dokumentation der Versuchsergebnisse	29
5.2.3.1 PTB-Eichöl 20 C	30
5.2.3.2 PTB-Eichöl 200 A	34
5.2.3.3 PTB-Eichöl 2 000 A	40
5.2.3.4 PTB-Eichöl 10 000 B	45
5.2.3.5 PTB-Eichöl 20 000 B	47
5.2.3.6 Glycerin	54
5.2.3.7 Silikonöl	64
5.3 Evolution des Viscous Fingering	65

5.3.1 Versuchsdurchführung	65
5.3.2 Dokumentation der Videoaufnahmen	65
6. Interpretation der Versuchsergebnisse	72
6.1 Klassifikation der Strömungsformen	72
6.2 Experimentelle Darstellung der Wellenzahl	75
6.3 Einfluß des Benetzungsverhaltens	79
6.4 Die Fingerweite Λ	81
6.5 Das Verhalten von Suspensionen	82
6.6 Die fraktale Struktur des Viscous Fingering	83
6.7 Folgerung für die drucktechnische Praxis	84
7. Zusammenfassung	86
8. Literatur	88
Lebenslauf	93

Formelzeichen

Symbol	Einheit	Erklärung
b	$[-]$	dimensionslose Beschleunigung
d	$[m]$	Filmdicke
C	$[Pa \cdot m^{-n}]$	Integrationskonstante
D	$[Pa \cdot m^n]$	Integrationskonstante
$g(r)$	$[Pa]$	Stördruckfunktion
h	$[m]$	Plattenabstand
h_0	$[m]$	Plattenabstand zur Zeit $t = 0$
\hat{h}	$[m]$	Amplitude des Plattenwegs
\dot{h}	$[m/s]$	Plattengeschwindigkeit
\dot{h}_4	$[m/s]$	Plattengeschwindigkeit bei $t = 4 \text{ ms}$
\ddot{h}	$[m/s]$	Plattenbeschleunigung
M	$[m^3s/kg]$	Permeabilität
n	$[-]$	Wellenzahl
n^*	$[-]$	Wellenzahl bei maximaler Anfachungsrate
\mathbf{n}	$[-]$	Normaleneinheitsvektor
p	$[Pa]$	Druck
P	$[Pa]$	typischer Druck
p_0	$[Pa]$	Umgebungsdruck
p^0	$[Pa]$	ungestörter Druck
p^1	$[Pa]$	Stördruck
p_d	$[Pa]$	Dampfdruck
p_{min}	$[Pa]$	minimaler Druck
p_S	$[Pa]$	Druck an der freien Oberfläche
p_K	$[Pa]$	Krümmungsdruck
r	$[m]$	Radialkoordinate
R	$[m]$	mittlerer Radius der freien Oberfläche
R_S	$[m]$	Radialkoordinate der freien Oberfläche
\dot{R}_S	$[m/s]$	Geschwindigkeit der freien Oberfläche

t	[s]	Zeit
t_{NL}	[s]	Triggerzeitpunkt des Nanolites
u	[m/s]	Geschwindigkeit in radialer Richtung
U	[m/s]	über die Spalthöhe gemittelte Geschwindigkeit in radialer Richtung
\mathbf{U}	[m/s]	Geschwindigkeitsvektor der über die Spalthöhe gemittelten Geschwindigkeit
U_S	[m/s]	über die Spalthöhe gemittelte Geschwindigkeit in radialer Richtung an der freien Oberfläche
U^0	[m/s]	ungestörte Geschwindigkeit
U^1	[m/s]	Störgeschwindigkeit
V	[m/s]	über die Spalthöhe gemittelte Geschwindigkeit in zirkularer Richtung
V^1	[m/s]	Störgeschwindigkeit
w	[m/s]	Geschwindigkeit in axialer Richtung
z	[m]	Axialkoordinate
β	[1/s]	Anfachungsrate
β^*	[–]	dimensionslose Anfachungsrate
γ	[J/m ²]	Oberflächenspannung
ε	[–]	kleine Störgröße
φ	[–]	Zirkularkoordinate
κ	[1/m]	Krümmung
Λ	[–]	dimensionslose Fingerweite
μ	[Pa s]	dynamische Viskosität
ρ	[kg/m ³]	Massendichte
θ	[–]	Randwinkel
ω	[1/s]	Eigenkreisfrequenz
Δp	[Pa]	Druckdifferenz
Δp^*	[Pa]	Druckdifferenz mit Krümmungseinfluß
ΔP^*	[–]	dimensionslose Druckdifferenz

Ca	[–]	Kapillarzahl
Ca*	[–]	modifizierte Kapillarzahl
Re	[–]	Reynoldszahl
fn(...)	[–]	expliziter funktionaler Zusammenhang

Abkürzungen

VF	Viscous Fingering
DPKL	Dreiphasenkontaktlinie
V-Nr.	Versuchsnummer

1. Einführung

1.1 Farbspaltung in der Drucktechnik

Verfahrensziel der Drucktechnik ist, aus einem quasi unendlich großen Reservoir Druckfarbe in kleine Mengen zu separieren und sie an bestimmte Stellen auf dem Bedruckstoff zu transportieren. In der Praxis betragen die Durchmesser solcher sog. Druckpunkte bis zu 0,5mm. Die kleinsten auflagenstabil übertragbaren Druckpunkte haben allerdings einen Durchmesser von ca. 10 μ m. Die Farbschichthöhe beträgt je nach Druckverfahren ca. 2 μ m bis 10 μ m. Das Volumen der Druckpunkte liegt also in der Größenordnung von Picolitern! Eine solch feine Dosierung wird von einem Druckwerk einige Tausend mal pro Sekunde vorgenommen.

Hierzu werden die zur Informationsübertragung notwendigen Farbstoffe in einer Flüssigkeit gelöst bzw. suspendiert. Diese Flüssigkeit ermöglicht die Verarbeitbarkeit im Druckwerk und stellt für den Informationsübertragungsprozeß lediglich ein Hilfsmaterial dar, das nach dem Drucken möglichst rasch wieder beseitigt wird, etwa durch Verdunstung oder durch Polymerisation.

Daher ist der Druckprozeß wesentlich von Strömungsvorgängen bestimmt. Um ihn im Hinblick auf Qualität und Wirtschaftlichkeit zielgerichtet verbessern zu können, ist eine wissenschaftliche Durchdringung dieser Strömungen erforderlich.

Es werden in der Drucktechnik mehrere typische Strömungsformen unterschieden. Zunächst gibt es die reine Schichtspaltung, die bei der Übertragung von sog. Volltonflächen auftritt. Als eine Volltonfläche sei ein – im Vergleich zum einzelnen Druckpunkt größer – zusammenhängender bedruckter Bereich verstanden. Die bei der Übertragung von Volltonflächen auftretende Strömung ist für verschiedene Beschichtungsprozesse von Bedeutung und war deshalb bereits früher Gegenstand einiger Untersuchungen (COYLE, MACOSKO und SCRIVEN [10], GOKHALE [18], PITTS und GREILLER [34], SAVAGE [40]).

Aufgrund der am Meniskus am Ende des Walzenspalts in Konkurrenz tretenden Kapillar- und Zähigkeitskräfte kommt es zu Instabilitäten. Diese Instabilitäten erzeugen Schichtdickenschwankungen im zurückbleibenden Film. Da die optische Dichte exponentiell von der Farbschichtdicke abhängt, bedeutet dies für den Druckprozeß, daß störende bildfremde Strukturen auftreten. Außerdem wird die optische Dichte insgesamt reduziert und damit das Farbgebungsvermögen der Pigmente schlecht ausgenutzt.

Neben der Schichtspaltung interessiert besonders die bei der Spaltung einzelner Druckpunkte auftretende Strömung. Denn nur eine scharfe und gleichmäßige Berandung des Druckpunktes liefert einen ausreichenden Kontrast zwischen den farbführenden und den farbfreien Stellen. Dieser Kontrast ist zur möglichst verlustarmen Informationsübertragung erforderlich. Außerdem beeinträchtigt eine ungleichmäßige Verteilung der Druckfarbe den optischen Eindruck insgesamt. Ein gleichmäßiger Farbauftrag und eine scharfe Berandung der Druckpunkte machen sich subjektiv als ein brillantes Druckbild bemerkbar.

Die typischen Abmessungen der Druckpunkte sind so klein im Vergleich zum Druckzylinderradius, daß dessen Krümmung vernachlässigt werden kann. D.h., es liegt in guter Näherung eine Strömung zwischen ebenen Platten vor.

HÜBNER [19] führt bereits eine Analyse dieses Farbspaltungsprozesses im Hinblick auf die übertragene Farbmenge durch. Wenn die Plattenmaterialien gleiche Oberflächeneigenschaften aufweisen, erfolgt die Farbspaltung wegen der Symmetrie hälftig. Haben die Plattenmaterialien jedoch unterschiedliche Oberflächeneigenschaften, erfolgt die Aufteilung ungleich. Es wird angenommen (HÜBNER [19]), daß ein axialsymmetrischer Flüssigkeitsropfen zwischen zwei sich voneinander weg bewegenden Platten verformt wird. Dabei wird der Benetzung und den deshalb entstehenden Dreiphasenkontaktlinien (im weiteren DPKL) besondere Bedeutung geschenkt. Mit einer Finite-Elemente-Simulation der Farbspaltungsströmung wird gezeigt, daß für bestimmte geometrische und kinematische Verhältnisse die sich bildende Meniskuskontur nur unwesentlich von der statischen, mit Methoden der Variationsrechnung berechenbaren Meniskuskontur abweicht. Aufgrund der physikalischen Unklarheiten über die Phänomene an der DPKL ist eine Beschreibung der Strömung jedoch nur eingeschränkt möglich. Aus der Analyse der quasistatischen Farbspaltung wird das bei der Farbspaltung übertragene Volumen in Abhängigkeit

der Benetzungseigenschaften der beteiligten Festkörperoberflächen angegeben.

Neben der übertragenen Farbmenge interessiert man sich noch für die bei der Farbspaltung auftretenden Kräfte. Der durch die Spaltungsströmung erzeugte Unterdruck kann nämlich bei guter Benetzbarkeit des Bedruckstoffes zu seiner Zerstörung führen, da z.B. Fasern aus dem Papier herausgerissen werden. Diesen Vorgang bezeichnet man als *Rupfen*. Die zur Farbspaltung erforderliche Kraft wird allgemein nicht ganz zutreffend als *Tack* (engl.: Klebrigkeit) bezeichnet. SCHAEFFER und ZETTLEMOYER [41] analysieren den Tack für den Fall der Schichtspaltung. Bei Unterschreiten des Dampfdruckes der Druckfarbe werden große Kavitationsgebiete (wie auch bei TAYLOR [50]) beobachtet.

Die Farbspaltung dauert ca. 1ms. Diese Zeit reicht unter Umständen für ein nennenswertes Wachstum der Kavitationsblasen nicht aus, es sind daher kurzzeitig erhebliche negative Drücke möglich. Nach BRIGGS [6] können Flüssigkeiten durchaus Zugspannungen übertragen. Die Kavitation ist offenbar nicht allein für die Farbspaltung verantwortlich. Mit der Theorie der Schmierung ermittelte Unterdrücke (vgl. KÜHLMAYER [22]) sind allerdings betragsmäßig noch höher als die experimentell festgestellten. Es müssen also noch andere Phänomene für die Farbspaltung maßgeblich sein.

In den bisherigen Untersuchungen zur Farbspaltung (HÜBNER [19], KÜHLMAYER [22]) wird davon ausgegangen, daß sich die freie Oberfläche des Flüssigkeitstropfens beim Auseinanderziehen konzentrisch nach innen bewegt. Bei der Trennung zweier Glasplatten mit einer dazwischen befindlichen Flüssigkeit wird hingegen beobachtet, daß die Kontur des Flüssigkeitstropfens keineswegs konzentrisch bleibt, sondern daß sich Umgebungsluft von außen nach innen *finger*t. Bild 1.1 zeigt diese Auffingerung der Berandung der Flüssigkeit.

Diese Auffingerung rührt offenbar von zunächst kleinen Abweichungen der Oberflächenkontur vom Kreis her. Da man ein zeitliches Wachsen dieser Abweichungen beobachtet, ist anzunehmen, daß bereits *kleine* Variationen in den Anfangsrandbedingungen zu *großen* Variationen in der Evolution des gesamten Strömungsfeldes führen. Systeme mit solchen Eigenschaften nennt man *chaotische* Systeme. Dieses chaotische Verhalten ist offenbar entscheidend für die Farbspaltung. Es ähnelt der Saffman-Taylor-Instabilität der Strö-

mung zweier verschieden viskoser Flüssigkeiten in einer Hele-Shaw-Zelle. Diese Strömung ist bereits umfassend studiert worden (siehe BENSIMON [3], BENSIMON u.a. [4], CHUOKE, VANMEURS und VAN DER POEL [9], DEGREGORIA und SCHWARTZ [14], MAXWORTHY [26], PARK, GORELL und HOMSY [29], PARK und HOMSY [30], [31], PATERSON [32], [33], SAFFMAN [36], SAFFMAN und TAYLOR [37], SPURK [46], TABELING, ZOCCHI und LIBCHABER [48], TABELING und LIBCHABER [49], VANDEN-BROECK [51]).

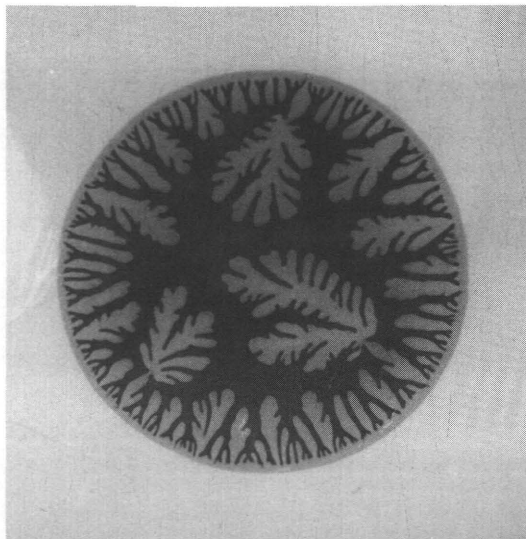


Bild 1.1 Flüssigkeit zwischen zwei sich voneinander wegbewegenden Glasplatten

1.2 Zielsetzung dieser Arbeit

Da bisherige Modelle zur Farbspaltung (sh. HÜBNER [19]) nicht alle Phänomene erklären, wird in dieser Arbeit die Farbspaltungsströmung einzelner Tropfen genauer untersucht. Die Auffingerung der freien Oberfläche des Farbtropfens, die einen unscharfen Rand des Druckpunktes zur Folge hat, wird untersucht.

Eine Dimensionsanalyse zeigt die interessierenden Bereiche auf: Es wird praxisgerecht davon ausgegangen, daß die Höhe des Farbtropfens klein ist im Vergleich zu seinem Radius. Diese Annahme ermöglicht die analytische Behandlung des Farbspaltungsproblems mit der Theorie der Schmierung. Die

beobachtete Instabilität der freien Oberfläche wird mit einer linearen Stabilitätsrechnung analysiert.

Anschließend werden Versuche durchgeführt, um die Strömung experimentell aufzuklären. Die verschiedenen Strömungsformen, stabiler Rand, Auffingerung und Kavitation, sollen voneinander abgegrenzt werden. Ferner sollen experimentell quantitative Aussagen über die Stabilität der freien Oberfläche gewonnen werden.

Druckfarben stellen i.a. Suspensionen dar. Deshalb wird in den Versuchen auch der Einfluß eines Feststoffanteils in der Flüssigkeit untersucht. Ferner sind für das Drucken Benetzungsvorgänge von entscheidender Wichtigkeit (vgl. hierzu JUNG [21] und STEIDEL, URBAN und JOPPIEN [47]). Daher soll hier der Einfluß des Benetzungsverhaltens der Flüssigkeit auf dem Festkörper experimentell untersucht werden.

Die so über die Farbspaltungsströmung gewonnenen Erkenntnisse werden für die drucktechnische Praxis in Hinweise umgesetzt, die einen Beitrag zur weiteren Verbesserung der Druckverfahren im Hinblick auf Druckqualität und Wirtschaftlichkeit leisten. Da ein großes Maß an Brillianz im Druckbild grundsätzlich nur bei gleichmäßigen Farbschichtdicken erwartet wird, werden hierfür die notwendigen Bedingungen angegeben.

2. Theoretisches Modell für die Farbspaltungsströmung

2.1 Das Darcysche Gesetz

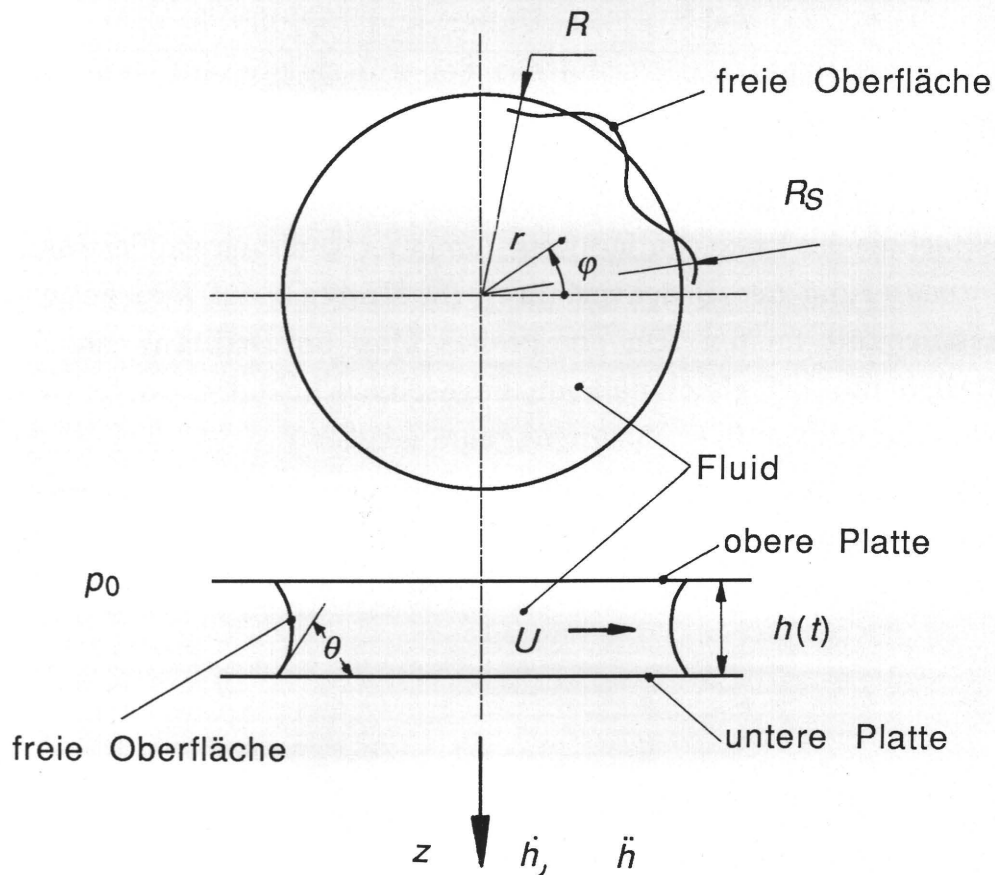


Bild 2.1: Untersuchtes Strömungsgebiet

Das untersuchte Strömungsgebiet ist in Bild 2.1 dargestellt. Es werden Zylinderkoordinaten r , φ , z verwendet. R_S ist der Radius der Tropfenkontur, R der mittlere Radius und h die Tropfenhöhe. Weiter bedeuten p_0 den Umgebungs-

druck und θ den Randwinkel, den die Flüssigkeit mit der benetzten Festkörperoberfläche bildet. Der Plattenabstand ändert sich mit der Geschwindigkeit $\dot{h} = dh/dt$, wobei t die Zeit ist. Wenn die Strömung dadurch erzeugt wird, daß $\dot{h} < 0$ ist, spricht man von einer *Quetschströmung*. Für $\dot{h} > 0$ wird sie als *negative Quetschströmung* bezeichnet. Die Strömung wird als quasistationär betrachtet, d.h., die Zeit geht nur parametrisch ein.

Es sei angenommen, daß die untersuchten Vorgänge isotherm verlaufen und daß die Flüssigkeit inkompressibel ist. Ferner werden die Volumenkräfte und etwaige elektrodynamische Effekte vernachlässigt. Die Kenngrößen der Strömung, Geschwindigkeitsfeld und Druckverteilung, sind dann durch die Kontinuitätsgleichung, den Impulssatz und die Randbedingungen eindeutig festgelegt. Die Herleitung dieser Grundgleichungen können einschlägigen Lehrbüchern, (z.B. SPURK [44]) entnommen werden.

Obwohl alle Druckfarben Suspensionen mit einer Feststofffraktion von 5 – 25% sind, zeigen Tiefdruck- und Flexodruckfarben Newtonsches Fließverhalten. Offset- und Hochdruckfarben stellen dagegen i.A. keine Newtonschen Flüssigkeiten dar. Eine ausgeprägte Fließgrenze kann im Viskosimeterexperiment allerdings nicht festgestellt werden. Die hauptsächliche Abweichung von Newtonschen Flüssigkeiten ist im Zeitverhalten zu sehen. Durch lang andauernde Scherung werden die langkettigen Moleküle und die Pigmente so in der Flüssigkeit ausgerichtet, daß die Scherviskosität abnimmt. Die Farbspaltung geschieht jedoch, wie eingangs erwähnt, in wenigen Millisekunden, so daß das Zeitverhalten hier nicht interessiert. Näherungsweise wird daher hier von Newtonschen Flüssigkeiten ausgegangen.

Da im vorliegenden Problem die typische radiale Erstreckung R groß ist gegen die typische axiale Erstreckung h , $h/R \ll 1$, kann man, wie PATERSON [32], [33] und SPURK [46] die für eine Hele-Shaw-Zelle gültigen Bedingungen voraussetzen und die Bewegungsgleichungen auf das Darcysche Gesetz (2.1) reduzieren. Es beschreibt die Strömung durch poröse Medien und lautet in vektorieller Form:

$$\mathbf{U} = -M \nabla p \quad (2.1)$$

Darin ist \mathbf{U} der über die Spalthöhe gemittelte Geschwindigkeitsvektor, der offenbar ein Potential besitzt, M ist die Permeabilität mit

$$M = \frac{h^2}{12\mu} \quad (2.2)$$

Gl. (2.1) lautet in Komponenten:

$$U(r, \varphi) = -M \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.3)$$

$$V(r, \varphi) = -M \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \quad (2.4)$$

Darin sind U, V die über die Spalthöhe gemittelten Geschwindigkeitskomponenten in r -, φ -Richtung. In diesem Kapitel wird die ungestörte Strömung betrachtet, $V = 0$.

Wie aus Bild 2.1 ersichtlich, läßt sich dann die von (2.1) entkoppelte Kontinuitätsbedingung in integraler Form angeben

$$2\pi r h U + \pi r^2 \dot{h} = 0, \quad (2.5)$$

woraus sofort für U folgt:

$$U = - \frac{\dot{h} r}{2h} \quad (2.6)$$

Für die in Kapitel 3 untersuchte "gestörte" Strömung ($V \neq 0$) wird noch die – ebenfalls über die Spalthöhe gemittelte – Kontinuitätsgleichung in differentieller Form benötigt:

$$\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0 \quad (2.7)$$

2.2 Randbedingungen

Die Randbedingung an der festen Wand (Haftbedingung) ist im Darcyschen Gesetz impliziert, das Geschwindigkeitsprofil wird als parabolisch angenommen. Zusätzliche Information ist nur noch von den Randbedingungen an der freien Oberfläche zu erwarten.

Diese Randbedingungen verlangen die Kontinuität des Geschwindigkeitsvektors (kinematische Randbedingung) und des Spannungsvektors (dynamische

Randbedingung). Ihre allgemeine Herleitung kann Lehrbüchern (z.B. BECKER und BÜRGER [2]) entnommen werden. In Worten lauten sie:

1. Kinematische Randbedingung: Die an der freien Oberfläche befindlichen Teilchen haben dieselbe Geschwindigkeit wie die Oberfläche selbst. Das ist Inhalt des Lagrangeschen Theorems: "Die Oberfläche besteht immer aus denselben Flüssigkeitsteilchen!" (vgl. SPURK [44], S. 142).

2. Dynamische Randbedingung: Die Spannungsvektoren, die von beiden Medien aus in einem Punkt an der freien Oberfläche angreifen, sind entgegengesetzt gleich.

Diese Randbedingungen stellen i.a. mit den Bewegungsgleichungen und der Kontinuitätsgleichung gekoppelte gewöhnliche DGLn für die zunächst unbekannte Kontur der freien Oberfläche dar. Die durch Anwendung des Darcyschen Gesetzes gegebene Mittelung über der Spalthöhe erlaubt jedoch eine starke Vereinfachung: Die mittlere Geschwindigkeit an der freien Oberfläche U_S ist dann gleich der Geschwindigkeit der Radialkoordinate der freien Oberfläche R_S :

$$U_S = \dot{R}_S \quad (2.8)$$

Der Druck an der freien Oberfläche ist gleich dem kapillaren Drucksprung $\gamma\kappa$ plus dem Umgebungsdruck p_0 , γ ist die Oberflächenspannung, κ die dreidimensionale Krümmung der Oberfläche. Da die Flüssigkeit inkompressibel ist, ist der Druck nur bis auf eine additive Konstante bestimmbar. Daher wird $p_0=0$ gesetzt und also im folgenden weggelassen:

$$p_S = \gamma\kappa \quad (2.9)$$

Die Oberflächenspannung γ wird hier als eine zeitlich konstante und homogen verteilte Materialkonstante betrachtet. Sie ist keine Spannung im üblichen Sinn, insbesondere ist sie kein Vektor. Die Oberflächenspannung ist vielmehr als eine spezifische potentielle Energie zu verstehen, daher ist hier auch die Einheit J/m^2 anstatt N/m verwendet. Der zur Änderung des Energieniveaus erforderliche Drucksprung $\gamma\kappa$ führt aber in Verbindung mit dem Normalenvektor natürlich zu einer an der Oberfläche wirksamen Spannung. Damit kann man eine Gleichgewichtsbeziehung zwischen an einer DPKL angreifenden Oberflächenspannungen aufstellen (z.B. Spurk [44], S. 164). So läßt sich

der Randwinkel θ berechnen. Die Gleichgewichtsbedingung normal zur Wand wird vernachlässigt. In der Tat läßt sich experimentell (vgl. STEIDEL, URBAN und JOPPIEN [47]) eine normal zur Wand gerichtete Kraft nachweisen, die insbesondere bei großen Randwinkeln für das Eindringen der Flüssigkeit in porösen Untergrund verantwortlich ist.

2.3 Lösung für $V = 0$

Aus (2.3) und (2.6) entsteht jetzt

$$\frac{dp}{dr} = \frac{6\mu \dot{h} r}{h^3}, \quad (2.10)$$

worin $\partial/\partial r$ durch d/dr ersetzt wurde, weil der Druck p nicht von z abhängt. Mit der Randbedingung für den Drucksprung an der freien Oberfläche (2.9) läßt sich dann die Druckverteilung angeben:

$$p(r) = \frac{3\mu \dot{h}}{h^3} (r^2 - R^2) + \gamma \kappa \quad (2.11)$$

2.4 Auftreten von Kavitation

Die Krümmung κ der freien Oberfläche wird im ungestörten Fall durch (2.12) beschrieben:

$$\kappa = \frac{1}{R} - \frac{2}{h} \cos \theta \quad (2.12)$$

Im letzten Term wird der Randwinkel θ mitberücksichtigt. Die Krümmung in axialer Richtung wird als näherungsweise kreisförmig angesehen. Für die Randbedingung ist natürlich die Orientierung der Krümmung, also der Krümmungsvektor $\kappa \mathbf{n}$, relevant. In (2.12) wurde das Vorzeichen aber bereits so festgelegt, daß κ in dieser Form in (2.11) eingesetzt werden kann.

Damit kann man für den Druck schreiben:

$$p(r) = \frac{3\mu \dot{h}}{h^3} (r^2 - R^2) + \gamma \left(\frac{1}{R} - \frac{2}{h} \cos \theta \right) \quad (2.13)$$

In der Tropfenmitte ($r = 0$) herrscht der geringste Druck p_{min} :

$$p_{min} = p(r=0) = - \frac{3\mu \dot{h} R^2}{h^3} + \gamma \left(\frac{1}{R} - \frac{2}{h} \cos \theta \right) \quad (2.14)$$

Um Kavitation miteinzubeziehen, kann der Umgebungsdruck nicht mehr willkürlich festgelegt werden, da der für Kavitation entscheidende Dampfdruck p_d der Flüssigkeit eine absolute Materialkonstante darstellt. Anstatt (2.14) muß jetzt gelten:

$$p_{min} = - \frac{3\mu \dot{h} R^2}{h^3} + \gamma \left(\frac{1}{R} - \frac{2}{h} \cos \theta \right) + p_0 \quad (2.15)$$

Damit keine Kavitation auftritt, muß dieser Druck größer als p_d sein.

$$- \frac{3\mu \dot{h} R^2}{h^3} + \gamma \left(\frac{1}{R} - \frac{2}{h} \cos \theta \right) + p_0 > p_d \quad (2.16)$$

3. Dimensionsanalytische Betrachtung

Beim im vorangegangenen Abschnitt dargestellten Problem tritt eine Reihe von dimensionsbehafteten physikalischen Größen auf, und es ist sinnvoll, dimensionslose Produkte zu isolieren. Das ermöglicht u. U. das Experimentieren mit komfortablen Abmessungen und die anschließende Übertragung der Ergebnisse auf Praxisabmessungen. Solcher Vorgehensweise bedient man sich z.B. bei der Entwicklung hydraulischer Maschinen (vgl. SPURK [45], S. 79). Ferner können die experimentellen Erkenntnisse übersichtlich und in kompakter Form dargestellt und einfach miteinander verglichen werden.

Es wird hier davon ausgegangen, daß die beobachtete Instabilität von kleinen sinusförmigen Störungen ausgeht. Aus diesen kleinen Störungen entsteht die in Bild 1.1 gezeigte Auffingerung. Eine einzelne Sinusschwingung führt zu einem Finger. Gefragt wird nach derjenigen Wellenzahl n^* , deren zugehörige Finger sich schließlich durchsetzen. Zu Beginn wird das Vorliegen beliebiger Wellenzahlen n angenommen.

Wenn die Trägheitseffekte, wie in Kapitel 2 angenommen, vernachlässigt werden und die Strömung als quasistationär betrachtet wird, verbleiben neun voneinander unabhängige Größen: n^* , \dot{h} , μ , γ , R , h , p_0 , p_d , θ .

Natürlich hängt \dot{h} von der Zeit ab, da bei $t = 0$ nicht sprungartig beschleunigt werden kann. SPURK [46] führt die damit verbundenen Trägheitseffekte als eine Volumenkraft in das Darcysche Gesetz ein. Um abschätzen zu können, ob die Trägheitseffekte maßgeblich sind, müssen zwei zusätzliche Parameter berücksichtigt werden: Die Massendichte ρ und die Plattenbeschleunigung \ddot{h} . Aus diesen elf Größen läßt sich mit Verwendung der drei Basisgrößen Länge, Masse und Zeit die Dimensionsmatrix (3.1) mit dem Rang Drei bilden.

Es lassen sich dann nach dem Π -Theorem acht dimensionslose Zahlen angeben, von denen das Problem allein abhängt (vgl. SPURK [45]). Die einzige unabhängige Variable ist hierbei n^* . Acht dimensionslose Produkte lassen das Problem immer noch unübersichtlich erscheinen, und es wird eine weitere Reduktion der Parameteranzahl angestrebt.

	n^*	μ	γ	R	h	\dot{h}	p_0	p_d	θ	ρ	\ddot{h}
L	0	-1	1	1	1	1	-1	-1	0	-3	1
M	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
T	0	-1	-2	0	0	-1	-2	-2	0	0	-2

(3.1)

Da die Flüssigkeit inkompressibel ist, interessiert nur die Druckdifferenz

$$\Delta p = p_0 - p_d . \quad (3.2)$$

In diese Druckdifferenz läßt sich jetzt sinnvollerweise der durch die Oberflächenspannung bedingte Drucksprung $\gamma\kappa$ an der freien Oberfläche entsprechend Gl. (2.12) miteinbeziehen:

$$\Delta p^* = p_0 - p_d + \gamma \left(\frac{1}{R} - \frac{2}{h} \cos \theta \right) \quad (3.3)$$

Es wird hier also angenommen, daß der Randwinkel θ lediglich im Sinne der Young-Dupr schen Gleichung (Gleichgewicht der Oberflächenspannungen am Tropfen, vgl. JUNG [21]) eingeht. D.h., sein Einfluß ist auf die Druckdifferenz an der freien Oberfläche beschränkt und eventuelles Gleiten der Flüssigkeit aufgrund schlechter Benetzung wird hier nicht berücksichtigt. Damit verbleiben noch die neun voneinander unabhängigen Größen n^* , \dot{h} , μ , γ , R , h , Δp^* , \ddot{h} , ρ mit denen sich folgende Dimensionsmatrix bilden läßt:

	n^*	μ	γ	R	h	\dot{h}	Δp^*	ρ	\ddot{h}
L	0	-1	1	1	1	1	-1	-3	1
M	0	1	0	0	0	0	1	1	0
T	0	-1	-2	0	0	-1	-2	0	-2

(3.4)

Nach der von SPURK ([45], Seite 14ff) vorgeschlagenen Methode wird man sukzessive auf folgende sechs dimensionslosen Gruppen geführt:

$$n^* \quad \mu \dot{h} / \gamma \quad R/h \quad \Delta p^* / (\gamma/R) \quad \dot{h} \rho R / \mu \quad \ddot{h} \rho h^2 / (\mu \dot{h})$$

Darin wird $\mu \dot{h} / \gamma$ als *Kapillarzahl* Ca bezeichnet. Sie stellt ein Maß für das Verhältnis von Reibungs- zu Oberfl chenspannungseffekten dar. R/h kenn-

zeichnet die vorliegende Geometrie, $\Delta p^*/(\gamma R)$ ist der dimensionslose Drucksprung ΔP^* . Man hätte den Drucksprung auch mit γh dimensionslos machen können, das spielt aber insofern keine Rolle, als h und R über das Tropfenvolumen verknüpft sind ($R^2 h = \text{const.}$). Weiter identifiziert man in $\dot{h} \rho R / \mu$ die *Reynoldszahl* \mathbf{Re} , die das Verhältnis der konvektiven Glieder des Impulsatzes zu den Reibungstermen darstellt. Das letzte dimensionslose Produkt, $\dot{h} \rho h^2 / (\mu \dot{h})$, ist die dimensionslose Beschleunigung b .

Für die gesuchte Wellenzahl muß sich also der folgende funktionale Zusammenhang angeben lassen:

$$n^* = \text{fn} \left(\mathbf{Ca}, \frac{R}{h}, \Delta P^*, \mathbf{Re}, b \right) \quad (3.5)$$

In (3.5) kennzeichnet das Symbol fn einen expliziten funktionalen Zusammenhang. Die Reynoldszahl ist in den hier interessierenden Anwendungen sehr klein (vgl. HÜBNER [19]). Die dimensionslose Beschleunigung b ist in den hier durchgeführten Experimenten und in der Praxis ebenfalls sehr klein. Daher werden \mathbf{Re} und b im folgenden weggelassen.

Zunächst betrachten wir die Strömung ohne Kavitation. Die Druckdifferenz ΔP^* fällt dann weg, da die Flüssigkeit inkompressibel ist. Gl. (3.5) vereinfacht sich zu:

$$n^* = \text{fn} \left(\mathbf{Ca}, \frac{R}{h} \right) \quad (3.6)$$

Die Parameter \mathbf{Ca} und R/h sind reelle Zahlen, während n^* eine natürliche Zahl ist. Ganz allgemein kann also kein stetiger funktionaler Zusammenhang von der Art von Gln. (3.5) und (3.6) gefunden werden. Die freie Oberfläche wird daher stets als derart deformiert angesehen, daß (3.5) bzw. (3.6) zutrifft, d.h., daß z.B. die Krümmung der freien Oberfläche in z -Richtung nicht kreisförmig ist.

Die typische Strömungsgeschwindigkeit U ist mit \dot{h} über die Abmessungen verknüpft, $U = \dot{h} R / (2h)$. Ebenso muß der Oberflächenspannungseinfluß mit den Abmessungen verknüpft sein, denn die Oberflächenspannung γ geht nur über die dynamische Randbedingung in das Problem ein. Daher liegt es nahe anzunehmen, daß \mathbf{Ca} und R/h verknüpft sind. Man nimmt an, daß (3.5)

monoton in den Argumenten ist und erwartet daher eine multiplikative Verknüpfung von Ca und R/h .

Folgender Gedanke ist hilfreich: Die Kapillarzahl Ca kann als Verhältnis von Reibungs- zu Kapillarkräften charakterisiert werden. Aber ähnlich wie bei der stationären Rohrströmung, bei der die Reynoldszahl ja auch nicht Null ist, erscheint die obige Beschreibung über Kräfteverhältnisse hier irreführend. Anstatt des in Kapitel 2 behandelten Darcyschen Gesetzes kann man sich den Zugang zum vorliegenden Problem auch über die entsprechende Vereinfachung der Navier-Stokesschen Gleichung verschaffen. Es entsteht die bekannte Gleichung für die Couette-Poiseuille-Strömung (vgl. SPURK [44], S. 168). Schreibt man die r -Komponente dieser Gleichung als Größenordnungsbeziehung, so entsteht: $P/R \sim \mu U/h^2$, bzw. $P/R \sim \mu \dot{h} R/h^3$. Der hier eingeführte typische Druck P ist also proportional $\mu \dot{h} R^2/h^3$. Wenn die Oberflächenspannung von Bedeutung ist, dann muß gelten $P \sim \gamma/R$, damit die Reibungsspannungen ausgeglichen werden können. Es entsteht die Größenordnungsbeziehung:

$$\frac{\gamma}{R} \sim \frac{\mu \dot{h} R^2}{h^3} \quad (3.7)$$

Auf der linken Seite von (3.7) stehen die Kapillar-, auf der rechten Seite die Reibungsspannungen. Ihr Verhältnis Ca^* ist die relevante Ähnlichkeitskennzahl, die hier als *modifizierte Kapillarzahl* bezeichnet wird.

$$\text{Ca}^* = \frac{\mu \dot{h} R^3}{\gamma h^3} \quad (3.8)$$

Der typische Druck P wurde hier also durch den Krümmungsdruck ersetzt. Falls eine sinusförmige Störung der freien Oberfläche vorliegt, ist der Krümmungsdruck proportional $n^2 \gamma/R$, wie später noch gezeigt werden wird. Damit reduziert sich Gl. (3.6) auf:

$$n^* = \text{fn} \left(\frac{\mu \dot{h} R^3}{\gamma h^3} \right) = \text{fn} (\text{Ca}^*) , \quad (3.9)$$

was erheblich schärfer als (3.6) ist. Das rührt daher, daß in (3.9) bereits zusätzliche Information aus der Bewegungsgleichung enthalten ist.

Diesem Vorteil steht aber ein Nachteil gegenüber: Die beiden grundsätzlich verschiedenen Grenzübergänge $\gamma \rightarrow 0$ und $R/h \rightarrow \infty$ werden in $\text{Ca}^* \rightarrow \infty$ vereint. Dafür erwartet man $n^* \rightarrow \infty$, was physikalisch nicht sinnvoll ist. Bei $\text{Ca}^* \rightarrow \infty$ liegt also eine Singularität vor (vgl. BENSIMON [3], der die Saffman-Taylor-Instabilität in einer Hele-Shaw-Zelle für $\text{Ca}^* \rightarrow \infty$ berechnet).

Aber wenn tatsächlich die Oberflächenspannung Null ist und voraussetzungsgemäß die Scherviskosität der verdrängenden Flüssigkeit ebenfalls Null ist, dann kann sich die verdrängende Flüssigkeit – bei endlichem, noch bestimmbarem n^* – auch als unendlich dünne Schicht durch die Hele-Shaw-Zelle schieben. Bei $\gamma \rightarrow 0$ kann man offenbar die Mittelung der Strömungsgrößen über die Spalthöhe nicht mehr vornehmen. Das Problem ist dreidimensional. Das ist bei $R/h \rightarrow \infty$ hingegen nicht der Fall. Deshalb stellt (3.6) eine im Vergleich zu (3.9) umfassendere Aussage dar. Gl. (3.9) gilt nur für große R/h , den Anwendungsbereich der Schmiertheorie. Gl. (3.6) dagegen schließt dreidimensionale Strömungen ohne Trägheit ein. (Bei dreidimensionalen Strömungen wird natürlich nicht mehr nach n^* gefragt, sondern nach den Koordinaten der freien Oberfläche.)

Für $\gamma \rightarrow 0$ hängt n^* nicht mehr von γ ab. Wenn sowohl $h/R \ll 1$ als auch $\gamma \rightarrow 0$ gilt, ist dimensionsanalytisch (siehe Gl. (3.6)) auch keine Abhängigkeit von $\mu \dot{h}$ mehr zu erwarten. Dann muß gelten: $n^* = \text{fn}(R/h)$. Ohne Trägheits- und Oberflächenspannungseinflüsse muß die im Gesamtsystem dissipierte Energie ein Minimum sein. Mit diesem Ansatz erweitert PATERSON [33] seine ältere Untersuchung (vgl. PATERSON [32]) auf mischbare ($\gamma \rightarrow 0$) Flüssigkeiten und berechnet eine nur von R/h abhängige Wellenzahl n^* .

In der vorliegenden Untersuchung ist die verdrängende Flüssigkeit stets Luft, so daß immer von einer endlichen Oberflächenspannung ausgegangen werden kann.

Falls der Dampfdruck der Flüssigkeit unterschritten werden kann, trifft Gl. (3.3) zu. Analog zur Herleitung von (3.9) entsteht damit:

$$n^* = \text{fn}(\text{Ca}^*, \Delta P^*) \quad (3.10)$$

Im Hinblick auf Kavitation kann nur unvollständige Ähnlichkeit erwartet werden, denn Δp^* ist nahezu eine Konstante und γ ist nur in engen Grenzen variierbar. Will man also experimentelle Aussagen über das Auftreten bei

sehr kleinen Druckpunkten machen, so ist es unmöglich, auf Versuche mit den Originalabmessungen zu verzichten. Genau das wird mit den in Kapitel 5 vorgestellten Experimenten erreicht.

In Kapitel 6 wird Gl. (3.10) zur Klassifikation der experimentell beobachteten Strömungsformen herangezogen.

4. Lineare Stabilitätsanalyse

Um die Stabilität der im Kapitel 2 angegebenen Grundlösung zu untersuchen, wird eine sinusförmige kleine Störung der freien Oberfläche überlagert (vgl. ALLEN [1], CHANDRASEKHAR [8], CHUOKE, VAN MEURS und VAN DER POEL [9], PATERSON [32], SPURK [46]). Für die Radialkoordinate R_S der freien Oberfläche schreibt man:

$$R_S = R (1 + \varepsilon e^{\beta t + i n \varphi}) \quad (4.1)$$

Hierin bedeuten β und ε die Anfachungsrate bzw. "kleine" Anfangsamplitude der Störung. Die aus der Grundlösung stammenden Größen werden mit dem Superskript "0", die Störgrößen mit dem Superskript "1" gekennzeichnet. Die Störung wird für $\varepsilon \ll 1$ linearisiert, d.h. alle Glieder $O(\varepsilon^2)$ werden vernachlässigt. Die Störung des Randes wird in das Geschwindigkeits- und Druckfeld hineingetragen. Es wird daher angesetzt:

$$p = p^0 + p^1 = p^0 + \varepsilon g(r) e^{\beta t + i n \varphi} \quad (4.2)$$

Darin ist $g(r)$ eine nur von r abhängige Stördruckfunktion von der Größenordnung Eins. Da U ein Potential hat, läßt sich schreiben:

$$\nabla \cdot U = -M \Delta p \quad (4.3)$$

Dabei wird angenommen, daß sich auch U aus einer Grundlösung U^0 und einem Störterm zusammensetzt:

$$U = U^0 + U^1 \quad (4.4)$$

Da Gl. (2.1) linear ist, läßt sich nach Einsetzen von (4.2) und (4.4) die Grundlösung subtrahieren. Es interessiert nur noch die Störgleichung:

$$\nabla \cdot U^1 = -M \Delta p^1 = -M \left(\frac{\partial^2 p^1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p^1}{\partial \varphi^2} \right) = 0 \quad (4.5)$$

Es wird nun untersucht, unter welchen Bedingungen β wächst oder abklingt, d.h., die Störung angefacht oder gedämpft wird. Außerdem interessiert

diejenige Wellenzahl n^* , für die β maximal ist. Es sei angenommen, daß die zur Wellenzahl n^* gehörigen Finger dominant sind, während Störungen anderer Wellenzahlen von diesen dominanten Fingern im Wachstum behindert werden, sobald die Fingeramplitude nicht mehr klein ist, die Strömung nichtlinear ist.

Es wird jetzt (4.2) in (4.5) eingesetzt. Nach Herauskürzen des Störterms $\varepsilon e^{\beta t + i n \varphi}$ entsteht:

$$\frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dg}{dr} - \frac{n^2 g}{r^2} = 0 \quad (4.6)$$

Da $g(r)$ nur von r abhängt, kann auch hier $\partial/\partial r$ durch d/dr ersetzt werden. Gl. (4.6) ist vom Typus einer Euler-DGl. und hat die allgemeine Lösung:

$$g(r) = C r^n + D r^{-n} \quad (4.7)$$

In der Plattenmitte ist die vom Rand kommende Störung vollständig abgeklungen, $p^1(r=0) = 0$, daraus folgt $D = 0$. Zur Bestimmung der beiden verbleibenden Unbekannten C und β werden die Randbedingungen an der freien Oberfläche herangezogen. Dazu wird noch die Störgeschwindigkeit U^1 benötigt. Man erhält sie aus (2.1), (4.1) und (4.7):

$$U^1 = n C M r^{n-1} \varepsilon e^{\beta t + i n \varphi} \quad (4.8)$$

Der Ansatz (4.4) wird jetzt auf Gleichung (2.8) angewendet ($U_S = \dot{R}_S$).

Die rechte Seite von (2.8) läßt sich sofort angeben:

$$\dot{R}_S = \dot{R} + \varepsilon \beta R e^{\beta t + i n \varphi} \quad (4.9)$$

Die linke Seite setzt sich aus $U^0(R_S)$ und $U^1(R_S)$ zusammen und läßt sich in eine Taylorreihe um R entwickeln:

$$U^0(R_S) = U^0(R) + \varepsilon \frac{\partial U^0}{\partial r}(R) R e^{\beta t + i n \varphi} + O(\varepsilon^2) \quad (4.10)$$

$$U^1(R_S) = n C M R^{n-1} \varepsilon e^{\beta t + i n \varphi} + O(\varepsilon^2) \quad (4.11)$$

Damit wird aus (2.8) bis zur ersten Ordnung in ε :

$$\begin{aligned}
U^0(R) + \varepsilon \frac{\partial U^0}{\partial r}(R) R e^{\beta t + i n \varphi} + n C M R^{n-1} \varepsilon e^{\beta t + i n \varphi} = \\
= \dot{R} + \varepsilon \beta R e^{\beta t + i n \varphi}
\end{aligned} \quad (4.12)$$

Mit $\frac{\partial U^0}{\partial r} = -\frac{\dot{h}}{2h}$ aus (2.6) wird nach Subtraktion der für die Grundlösung geltenden Randbedingung $U^0(R) = \dot{R}$ (aus (4.12)):

$$\beta = n C M R^{n-2} - \frac{\dot{h}}{2h} \quad (4.13)$$

Jetzt wird die dynamische Randbedingung ausgewertet. Für die Krümmung κ in (2.9) wird die für Zylinderkoordinaten angegebene Formel (vgl. BRONSTEIN und SEMENDJAJEW [7]) für $\varepsilon \ll 1$ vereinfacht:

$$\kappa(R_S) = \frac{1}{R} \left(1 - \varepsilon e^{\beta t + i n \varphi} (1 - n^2) \right) - \frac{2}{h} \cos \theta \quad (4.14)$$

Der Druck p_S in (2.9) wird in eine Taylorreihe um R entwickelt:

$$p(R_S) = p^0(R) + p^1(R) + \frac{\partial p^0}{\partial r}(R) R \varepsilon e^{\beta t + i n \varphi} + O(\varepsilon^2) \quad (4.15)$$

Gln. (4.14) und (4.15) werden jetzt in (2.9) eingesetzt. Mit $\frac{\partial p^0}{\partial r}(R) = \frac{\dot{h}R}{2Mh}$ aus (2.3) und (2.6) wird daraus nach Subtraktion der für die Grundlösung geltenden Randbedingung ($p^0(R) = \gamma/R - 2\gamma \cos \theta/h$) und nach Herauskürzen des Störterms $\varepsilon e^{\beta t + i n \varphi}$:

$$\frac{\dot{h}R^2}{2Mh} + CR^n = -\gamma \frac{1 - n^2}{R} \quad (4.16)$$

Ausschreiben von M liefert für die Integrationskonstante C :

$$C = \left[\gamma \frac{1 - n^2}{R^3} + \frac{6\mu\dot{h}}{h^3} \right] R^{2-n} \quad (4.17)$$

Damit läßt sich β angeben:

$$\beta = \frac{\dot{h}}{2h} (n - 1) + \frac{\gamma n (1 - n^2) h^2}{12\mu R^3} \quad (4.18)$$

Es läßt sich eine dimensionslose Anfachungsrate β^* bilden:

$$\beta^* = \beta \frac{2h}{\dot{h}} = n - 1 - \frac{n(n^2 - 1)}{6Ca^*} \quad (4.19)$$

Stabilität herrscht bei $\beta^* < 0$. Für $n > 1$, was allein physikalisch sinnvoll ist, kann man die Ungleichung durch $n - 1$ dividieren und findet die gesuchte Bedingung:

$$6Ca^* < n(n + 1) \quad (4.20)$$

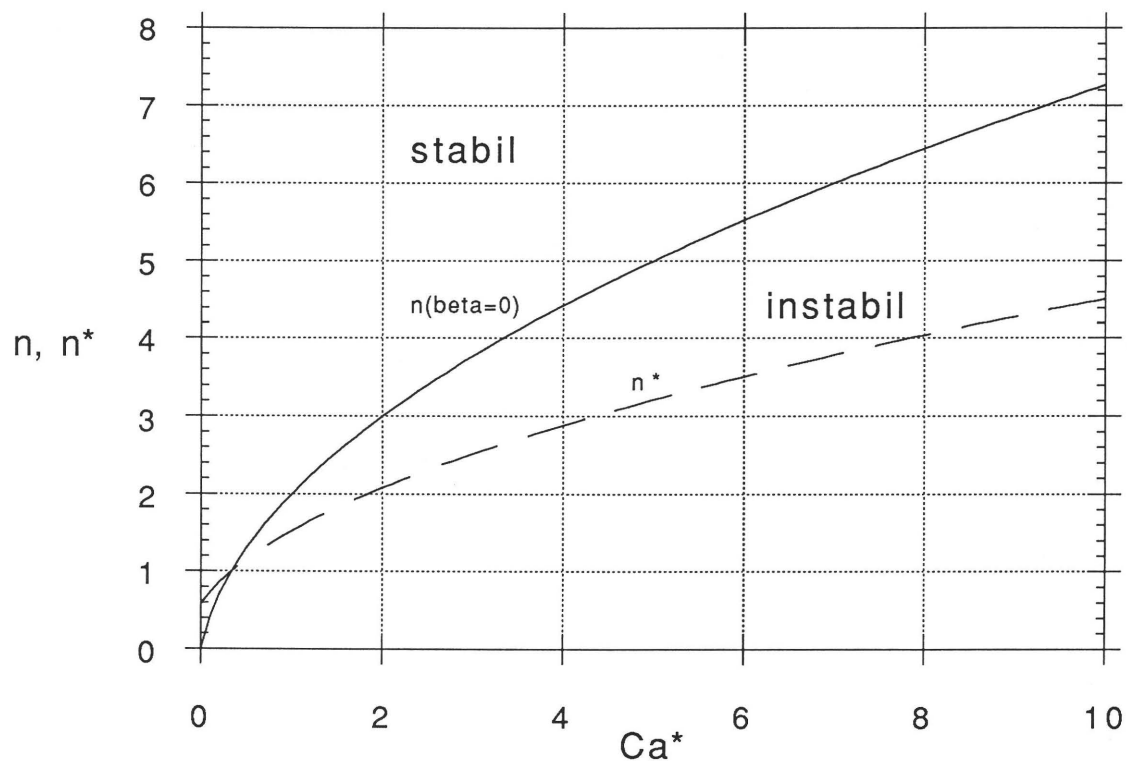


Bild 4.1: Kurve neutraler Stabilität

Bild 4.1 zeigt die zugehörige Kurve neutraler Stabilität, $n^2 + n - 6Ca^* = 0$. Die Äste im Bereich $n < 1$ haben keine physikalische Bedeutung. Zu Beginn der Strömung liegt ein Spektrum verschiedener Wellenzahlen n vor. Es werden

sich diejenigen Finger durchsetzen, deren Wellenzahl n^* die Anfachungsrate β^* maximiert. Es gilt dazu:

$$\frac{d\beta^*}{dn} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d^2\beta^*}{dn^2} < 0 \quad (4.21)$$

Man errechnet:

$$n^{*2} = 2Ca^* + \frac{1}{3} \quad (4.22)$$

Damit läßt sich (3.9) explizit angeben:

$$n^* = (2Ca^* + 1/3)^{1/2} \quad (4.23)$$

Der Verlauf nach Gl. (4.23) ist ebenfalls in Bild 4.1 eingezeichnet.

5. Experimenteller Teil

5.1 Allgemeines

Zur experimentellen Darstellung der in den Kapiteln 2, 3 und 4 diskutierten Strömung werden zwei verschiedene Versuchseinrichtungen verwendet. Bei beiden befindet sich die zu untersuchende Flüssigkeit zwischen zwei Glasplatten, deren Abstand vergrößert wird. Die sich einstellende Strömung kann im Durchlicht beobachtet und fotografisch dokumentiert werden. Vorrichtung A gestattet sehr hohe, dem Druckprozeß vergleichbare Plattengeschwindigkeiten. Vorrichtung B dagegen nutzt nur die Ähnlichkeit in Ca^* (durch sehr geringe Plattengeschwindigkeiten) und gestattet dadurch insbesondere die Beobachtung der Evolution der Instabilität durch eine Videokamera.

Zunächst werden die im folgenden zur Beschreibung der beobachteten Phänomene häufig verwendeten Begriffe erläutert:

Als *stabil* sei die Strömung bezeichnet, wenn die freie Oberfläche des Tropfens während des Versuchs glatt bleibt, wenn sich also die von HÜBNER [19] vorausgesetzte und untersuchte Strömung einstellt.

Unter *Finger* sei eine quasi-halbunendliche (Gas-) Blase verstanden, die aufgrund eines Druckgradienten eine viskosere Flüssigkeit verdrängt.

Als *linear* wird ein Finger bezeichnet, wenn keine weitere seitliche Auffingerung stattfindet, sondern er sich rein radial bewegt. Das Wort *linear* hat hier also nicht die gewohnte mathematische Bedeutung.

Unter *viscous fingering* (im folgenden VF) wird eine Verästelung eines Fingers verstanden, d.h., der (zunächst lineare) Finger wird seinerseits instabil und spaltet sich in zwei oder mehrere Finger. Diese Instabilität rührt daher, daß eine viskose Flüssigkeit von einer weniger viskosen (hier Luft) verdrängt wird. Der für diese Erscheinung zumeist verwendete englische Begriff VF wird auch hier verwendet.

Als *fraktal* sei das VF bezeichnet, wenn die von den Fingern gebildete freie Oberfläche chaotisch ist und den von Mandelbrot [25] angegebenen Definitionen für fraktale Topologien genügt.

Unter der *Fingerweite* Λ wird die relative Breite eines Fingers verstanden, das ist das Verhältnis von Breite eines Fingers zu Breite der zwischen zwei Fingern befindlichen verdrängten Flüssigkeit.

Der Triggerzeitpunkt des Nanolites ist t_{NL} .

Bild 5.1 veranschaulicht die o.g. Begriffe.

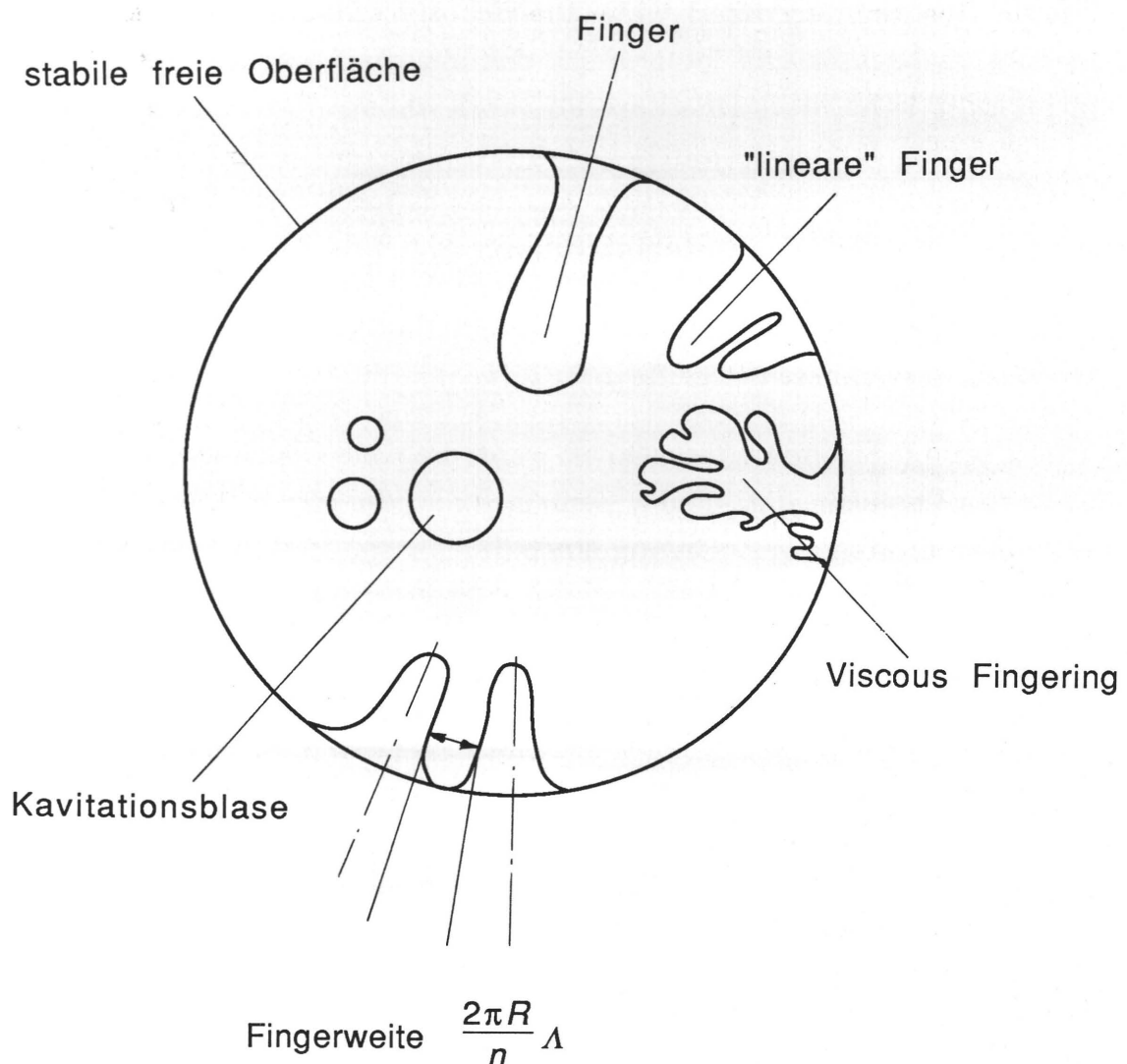


Bild 5.1: Skizze zur Erläuterung häufig verwendeter Begriffe

5.2 Versuche mit Vorrichtung A

5.2.1 Versuchsaufbau

Bild 5.2 zeigt Vorrichtung A. Der zugehörige Gesamtversuchsaufbau ist in Bild 5.3 dargestellt. Diese Einrichtung wurde am Fachgebiet Technische Strömungslehre zur Untersuchung des Wachstums von Kavitationsblasen entwickelt (siehe SCHULZ [43]) und für die vorliegende Untersuchung freundlicherweise zur Verfügung gestellt. Für die hier durchgeführte Untersuchung erfolgte am Fachgebiet Druckmaschinen und Druckverfahren ein Umbau, der die Versuchsbeobachtung kleiner Objekte durch ein Makroskop gestattete.

Der Antrieb erfolgt durch mit einem Schmelzdraht vorgespannte Blattfedern. Der Draht wird zum Zeitpunkt Null mit großem elektrischen Strom quasi schlagartig durchgebrannt. Die Durchbrenn- oder Durchschmelzzeit ist kürzer als 50 μs . Der beim Durchbrennen fließende elektrische Strom triggert eine Verzögerungsschaltung, die wiederum das Steuergerät für das Nanolite triggert. Das Nanolite ist eine Blitzlampe für extrem kurze Blitzzeiten ($\sim 10 \text{ ns}$). Seine wesentlichen Komponenten bestehen aus einer Funkenstrecke und einem sehr großen Kondensator der mit einem Impulstransformator geladen wird und sich sofort wieder entlädt.

Da die durch die Probeflüssigkeit hervorgerufene Dämpfungskraft klein ist im Vergleich zur Feder- und zur Massenkraft, gilt in guter Näherung für den Plattenabstand: $h(t) = \hat{h} (1 - \cos \omega t) + h_0$. Darin ist \hat{h} die Amplitude der Schwingung der Platte und ω die zugehörige Eigenkreisfrequenz. Die gemessene Eigenfrequenz beträgt 36 Hz, daraus folgt $\omega = 226 \text{ s}^{-1}$. Die Plattengeschwindigkeit läßt sich einfach durch Verändern der Vorspannung variieren. In den hier durchgeführten Experimenten interessiert nur ein sehr kleiner Teil dieser Schwingung. Während dieser kurzen Zeit ($\omega t \ll 1$) weist die Plattengeschwindigkeit ($\sim \sin \omega t$) einen linearen Anstieg auf.

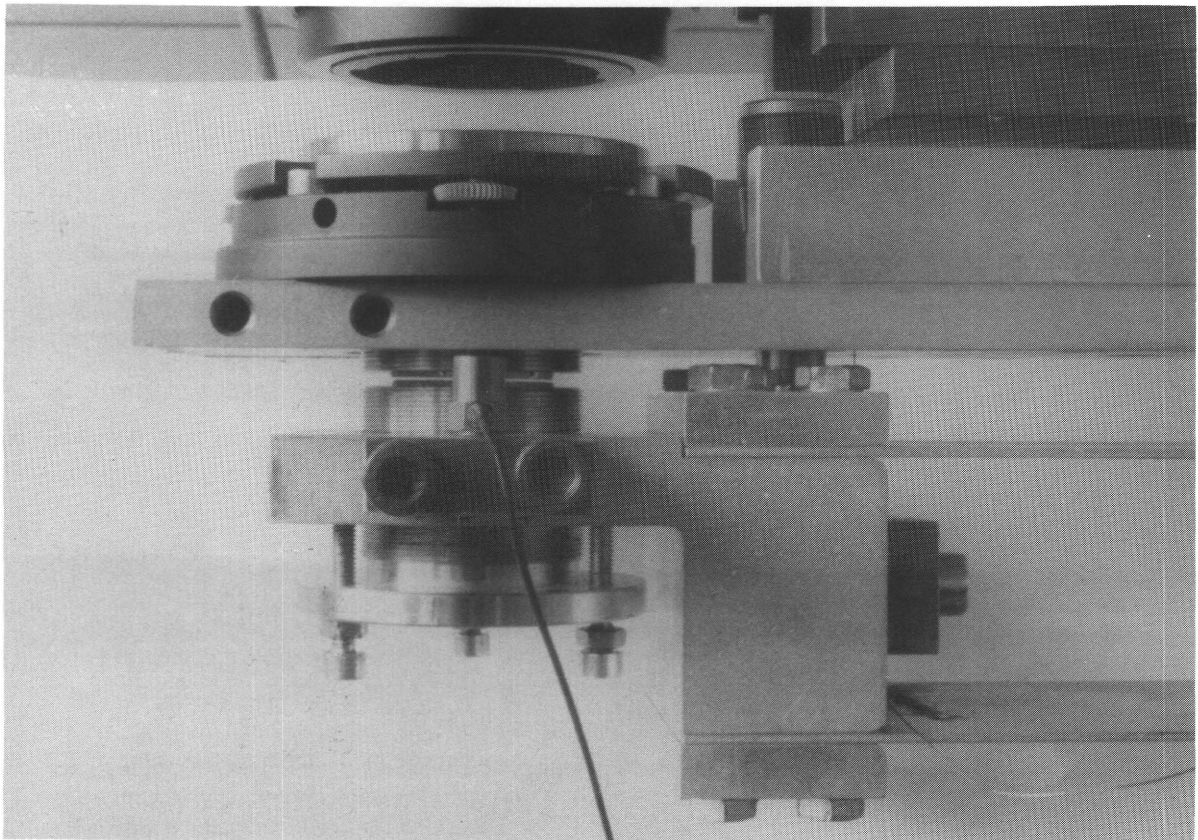


Bild 5.2: Vorrichtung A: Rechts unten sind die beiden Blattfedern zu erkennen. Die Glasplatten sind in die links zu sehenden Hohlschrauben eingeklebt. An der Halterung für die untere Platte ist der Beschleunigungsaufnehmer befestigt.

Ein an der unteren Platte befindlicher Piezo-Beschleunigungsaufnehmer ermöglicht die Aufnahme der kinematischen Daten ohne ggf. störende Interferenzeffekte.

Die Beschleunigungsdaten und das Triggersignal werden mit einem Digital-Speicher-Oszilloskop aufgezeichnet und zur weiteren Bearbeitung an einen Personal Computer übergeben. Geschwindigkeit und Weg werden durch Integration der Beschleunigungsdaten sukzessive ermittelt.

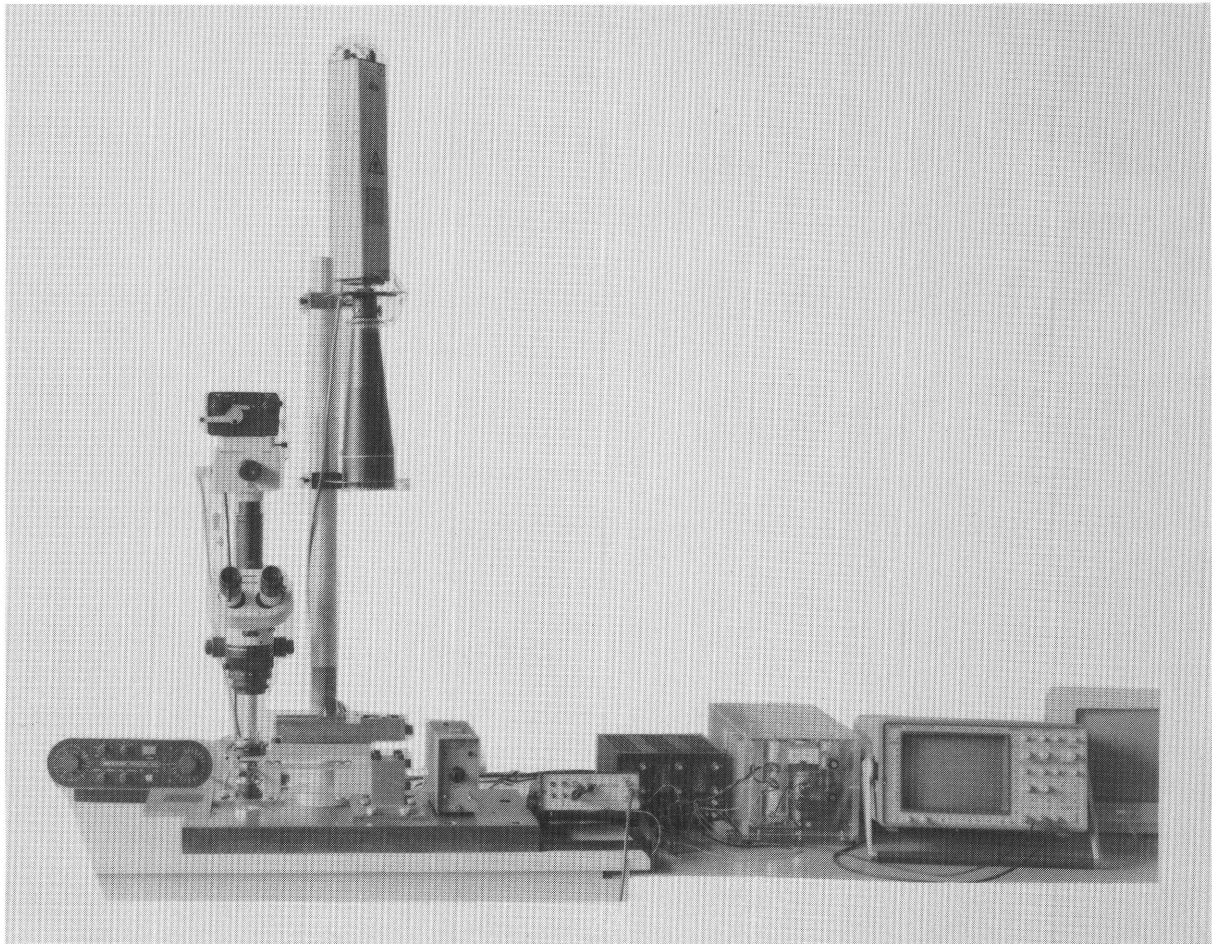


Bild 5.3: Versuche mit Vorrichtung A, Gesamtaufbau: Rechts im Bild das Digital-Speicher-Oszilloskop, links daneben die Kondensatoren für die Durchbrenneinrichtung. Direkt rechts neben der Vorrichtung ist der Ladungsverstärker für das Beschleunigungssignal zu sehen. Das Makroskop und die Kamera sind oberhalb der Vorrichtung. Das Nanolite ist unter dem Tisch angeordnet.

5.2.2 Versuchsdurchführung

Bei den Versuchen mit Vorrichtung A wurden die i.a. sehr kleinen Flüssigkeitsproben mit Nadeln, Kanülen und Flexodruckklischees zwischen die Glasplatten gebracht. Die Flexodruckklischees waren praxisgerechte Testklischees, so daß damit eine für das Drucken realistische Tropfengröße erreicht wurde. Das jeweilige Klischee wurde zunächst mit der Probeflüssigkeit flächig in Kontakt gebracht und anschließend mit einer der Glasplatten.

Die Parallelstellung der Glasplatten wurde interferometrisch mit parallelem kohärentem Licht (Helium-Neon-Laser) vorgenommen. Eine Beschreibung dieser Justiermethode findet sich bei ESCHENBRENNER und ZEH [17].

Das verwendete Filmmaterial ist Kodak T-Max 400 (Schwarzweiß-Kleinbildfilm, Empfindlichkeit 27/10 DIN bzw. 400 ASA).

Es wurden verschiedene Flüssigkeiten unter variierten Bedingungen untersucht. Die Oberflächenspannung ist bei allen untersuchten Flüssigkeiten in derselben Größenordnung, die Viskosität hingegen variiert von 0,01 bis 27 Pa s. Die Plattengeschwindigkeit ist zum Blitzzeitpunkt in der Größenordnung von 0,01 m/s. Weiter wurde R/h variiert von 3 bis 328. Damit wurde in den Experimenten für die modifizierte Kapillarzahl der Bereich von 10 bis 10^6 überdeckt. Bei Versuchen mit Glycerin wurde der Randwinkeleinfluß durch geeignete Präparation der Glasplatten erfaßt.

In Tabelle 5.1 sind die untersuchten Flüssigkeiten und ihre Stoffwerte aufgelistet. Die von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) erhältlichen "Normalöle für Viskositätsmessungen" sind Newtonsche Flüssigkeiten. Die Werte für die Massendichte und die Scherviskosität sind den mitgelieferten Datenblättern zu entnehmen. Die in der Tabelle angegebenen Werte für die Oberflächenspannungen wurden fernmündlich mitgeteilt.

Flüssigkeit	ρ [kg/m ³]	μ [Pa s]	γ [J/m ²]
Öl 20 C	849,7	0,02118	0,035 \pm 7%
Öl 200 A	920,5	0,2281	0,035 \pm 7%
Öl 2 000 A	899,8	1,941	0,035 \pm 7%
Öl 10 000 B	886,2	12,84	0,035 \pm 7%
Öl 20 000 B	881,5	27,54	0,035 \pm 7%
Glycerin	1260,4	0,01499	0,063

Tab. 5.1: Untersuchte Flüssigkeiten: Massendichte ρ , Scherviskosität μ , Oberflächenspannung γ

Außerdem wurden Suspensionen untersucht. Ein nicht in Mineralölen löslicher Feststoff, der darüberhinaus für die Durchlichtfotografie geeignet ist, ist Kochsalz (NaCl). Es wurde im Mörser pulverisiert und in unterschiedlichen

Mengen den Flüssigkeiten beigemischt. Der Feststoffanteil ist in Gewichtsprozenten angegeben.

Außerdem wurden noch einige Vergleichsversuche mit Silikonöl (DC 200 - 1000cSt) gemacht. Die beobachteten Phänomene sind allerdings denen der newtonschen Flüssigkeiten ähnlich.

5.2.3 Fotografische Dokumentation der Versuchsergebnisse

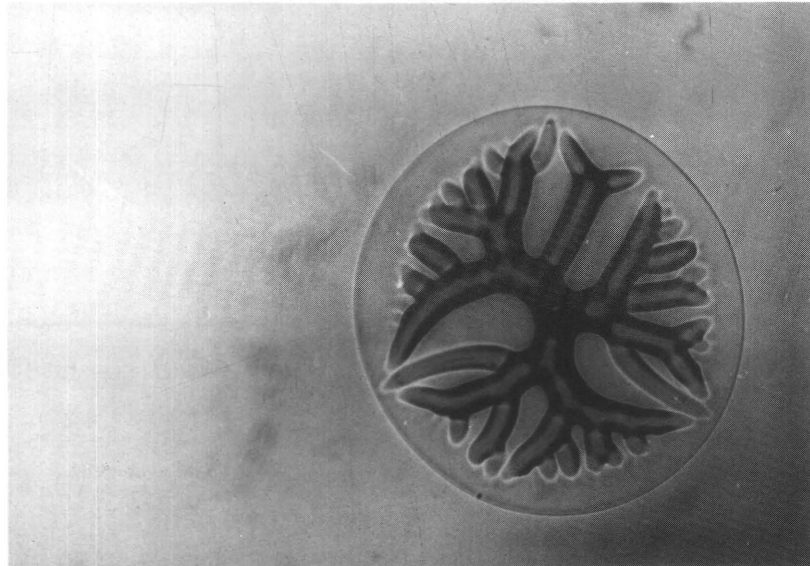
Die in diesem Abschnitt vorgestellten Bilder zeigen eine repräsentative Auswahl der durchgeführten Versuche. Wegen der häufig unzureichenden Bildqualität können hier nicht alle Versuche dokumentiert werden. Es wurde bei der Auswahl jedoch darauf geachtet, daß kein typischer Versuch fehlt. Alle beobachteten Phänomene sind also im folgenden enthalten. Die Versuchsnummern wurden bei den Experimenten chronologisch festgelegt und hier beibehalten, um Verwechselungen auszuschließen. Die nicht dokumentierten Versuche werden dennoch, falls es die Bildqualität erlaubt, zur Auswertung in Kapitel 6 herangezogen.

Unter jedem Bild finden sich folgende Angaben:

1. Versuchsnummer (V-Nr.)
2. Maßstab
3. Plattenabstand bei $t = 0$, h_0
4. Plattengeschwindigkeit nach 4ms, \dot{h}_4
5. modifizierte Kapillarzahl, gebildet mit \dot{h} ($t = 0,5$ ms), Ca^*
6. Triggerzeitpunkt t_{NL} .

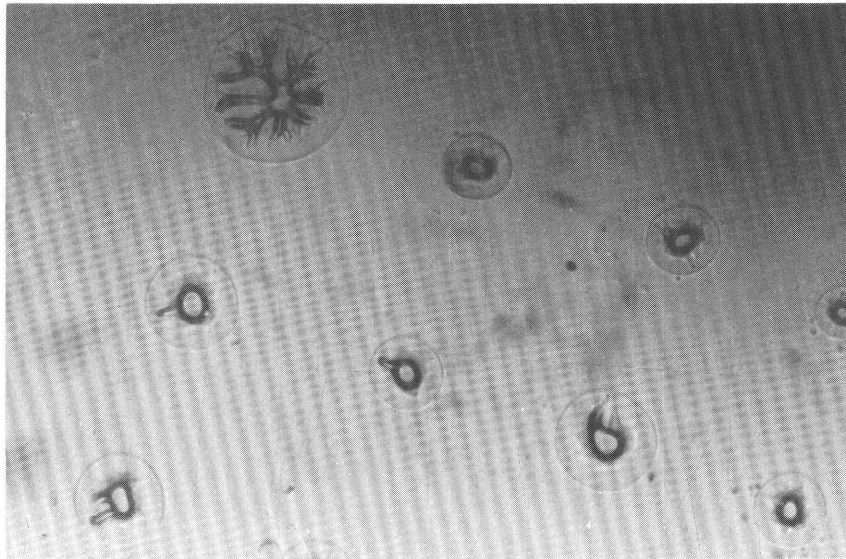
5.2.3.1 PTB-Eichöl 20 C

Bilder 5.4 bis 5.6 zeigen Versuche mit reinem PTB-Öl 20 C, Bilder 5.7 bis 5.9 zeigen Versuche mit einer Suspension aus Öl 20 C und Kochsalz (NaCl).



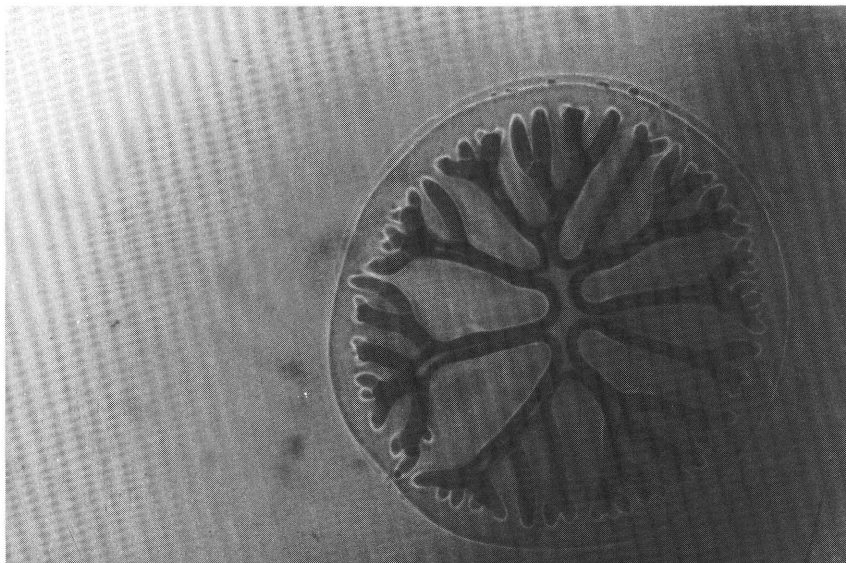
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca*	t_{NL} [ms]
43	33,7 : 1	11	0,1	3390	3,1

Bild 5.4 Versuch mit Öl 20 C



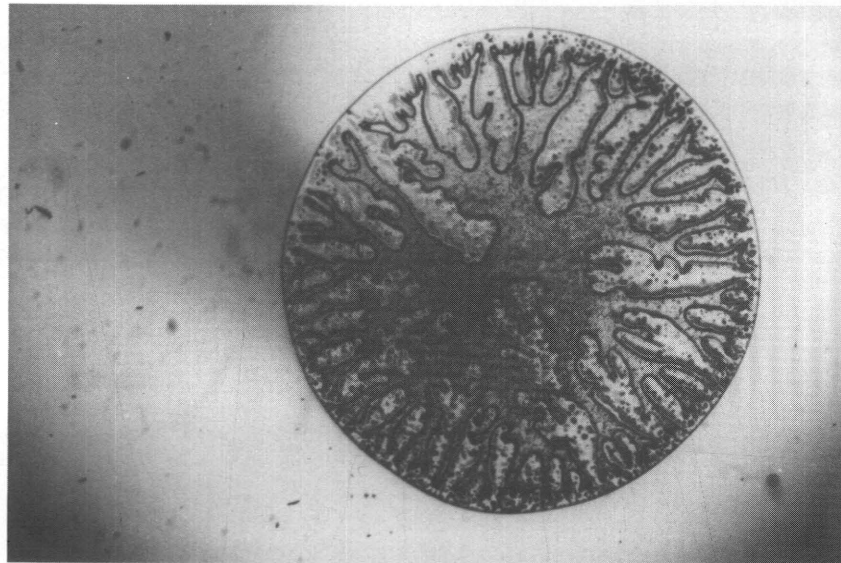
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
50	43,2 : 1	11,5	0,105	71	1,65

Bild 5.5 Versuch mit Öl 20 C



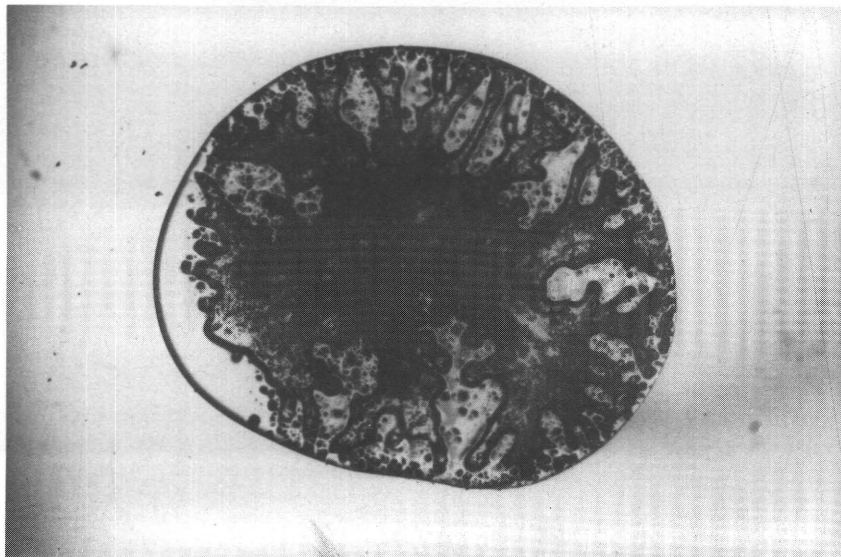
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
59	10,8 : 1	14	0,11	2575	2,04

Bild 5.6 Versuch mit Öl 20 C



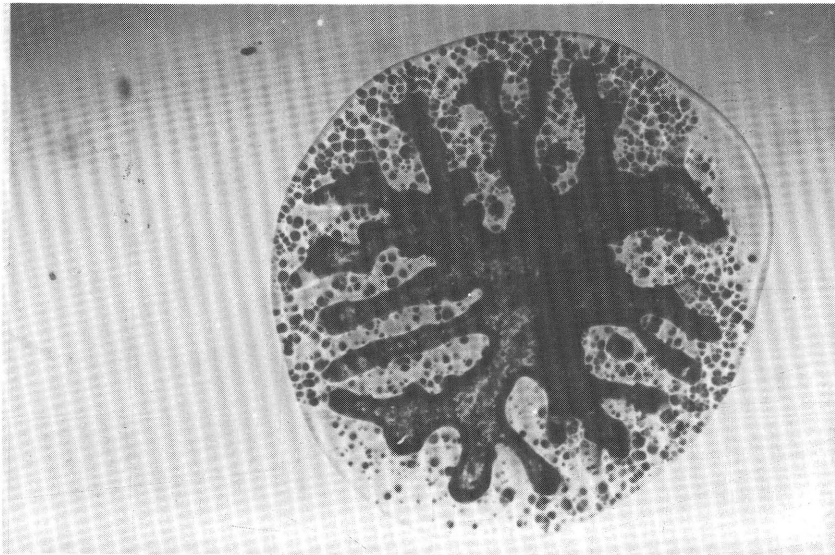
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
227	13,5 : 1	25	0,03	2275	2,83

Bild 5.7 Versuch mit Öl 20 C + 24,8% NaCl



V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
254	16,9 : 1	71	0,024	47	2,61

Bild 5.8 Versuch mit Öl 20 C + 34,1% NaCl

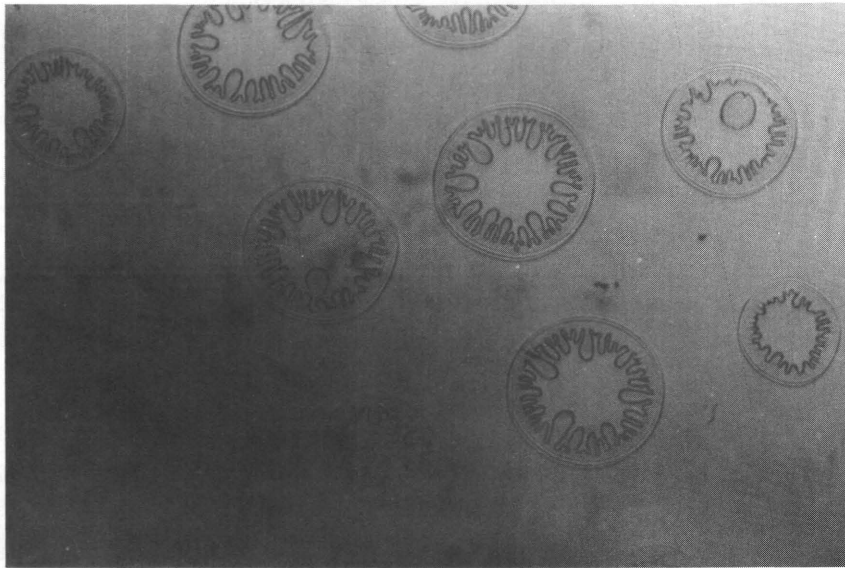


V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca*	t_{NL} [ms]
256	33,7 : 1	32	0,024	63	3,22

Bild 5.9: Versuch mit Öl 20 C + 34,1% NaCl

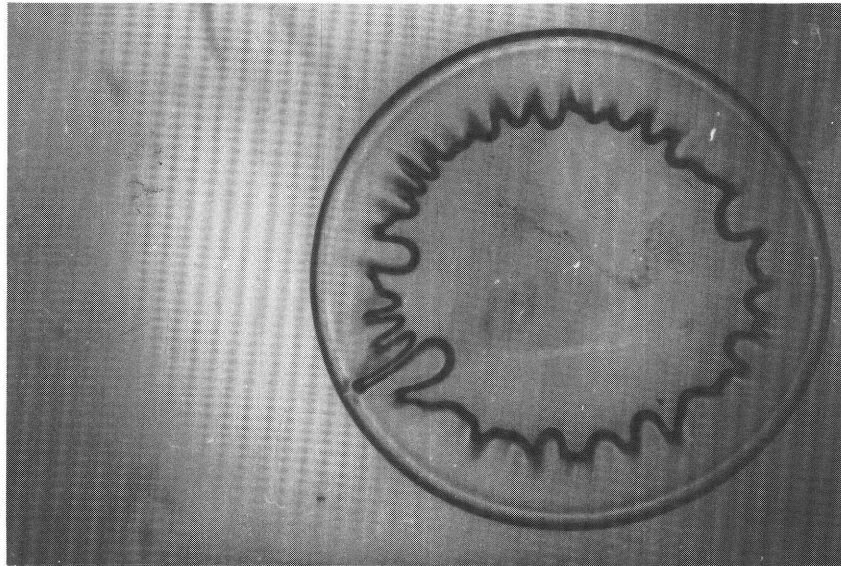
5.2.3.2 PTB-Eichöl 200 A

Bilder 5.10 bis 5.15 zeigen Versuche mit reinem PTB-Öl 200 A, Bilder 5.16 bis 5.19 zeigen Versuche mit einer Suspension aus Öl 200 A und Kochsalz (NaCl).



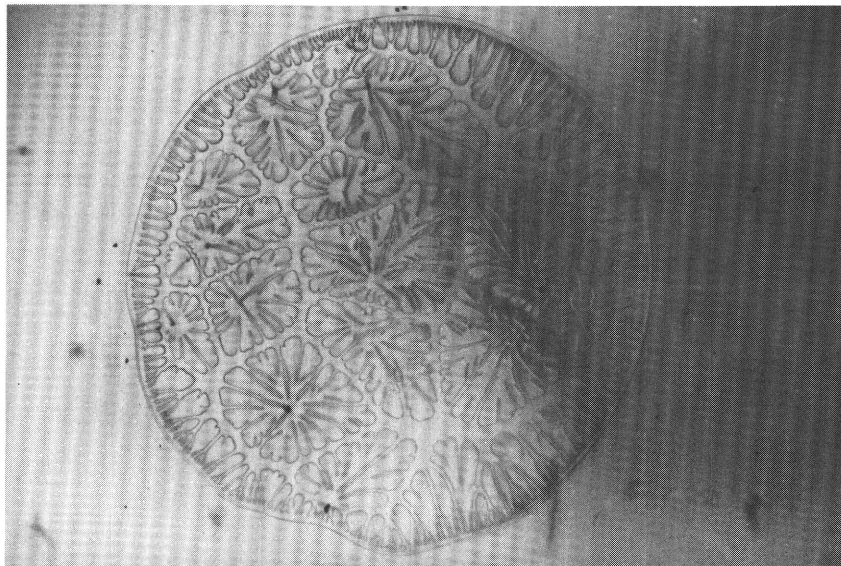
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h} [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
24	43,2 : 1	7	0,1	407-1900	2,04

Bild 5.10: Versuch mit Öl 200 A



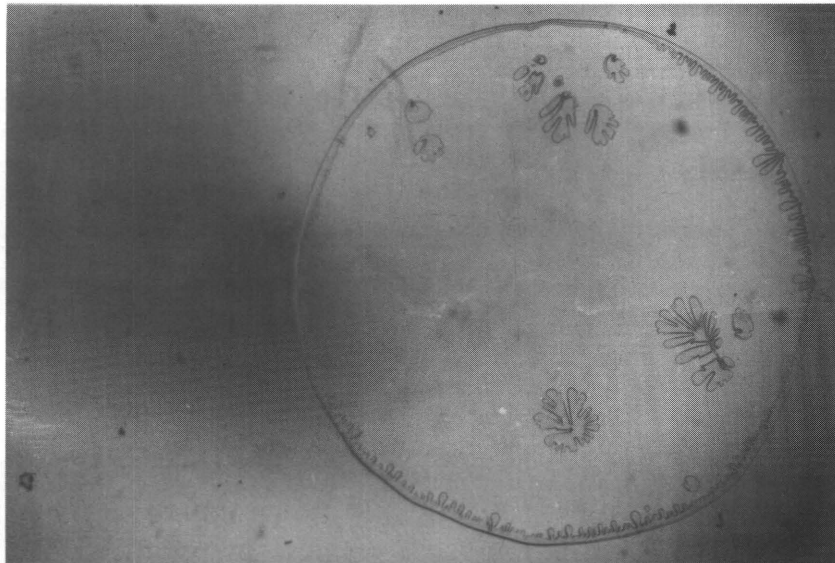
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
208	21,6 : 1	63	0,02	245	2,63

Bild 5.11: Versuch mit Öl 200 A



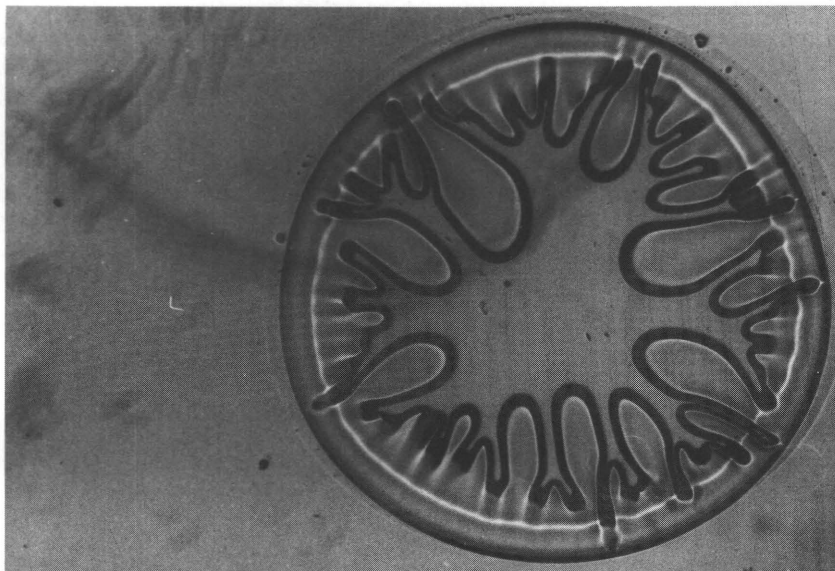
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
209	13,5 : 1	8	0,009	258000	2,63

Bild 5.12: Versuch mit Öl 200 A



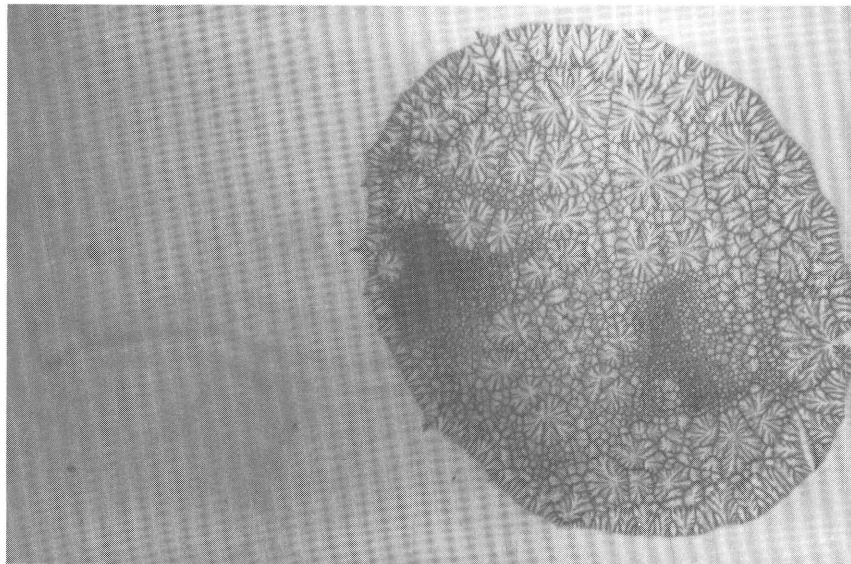
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
210	13,5 : 1	11	0,005	93000	2,63

Bild 5.13: Versuch mit Öl 200 A



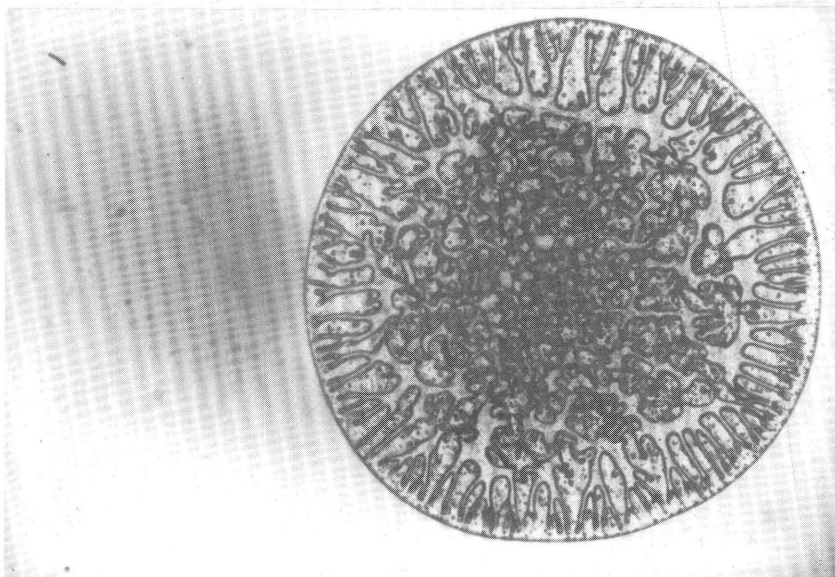
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
272	38,2 : 1	15	0,01	2340	2,86

Bild 5.14: Versuch mit Öl 200 A



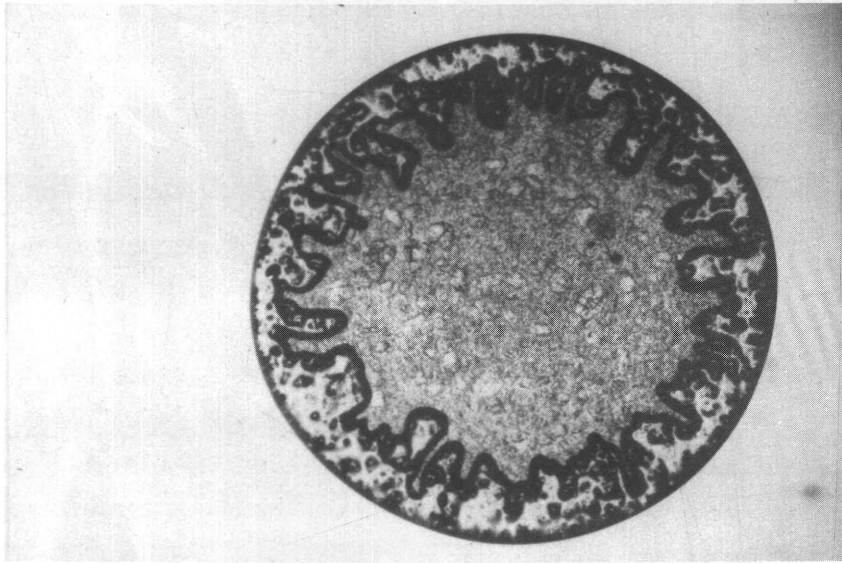
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca*	t_{NL} [ms]
273	27 : 1	5	0,005	93500	2,86

Bild 5.15: Versuch mit Öl 200 A



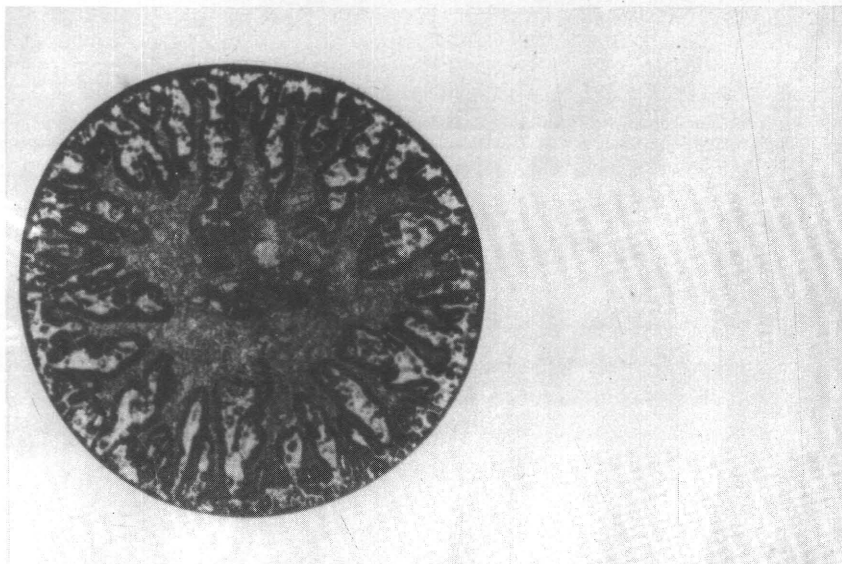
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca*	t_{NL} [ms]
224	13,5 : 1	51	0,024	2450	3,16

Bild 5.16: Versuch mit Öl 200 A + 19,5% NaCl



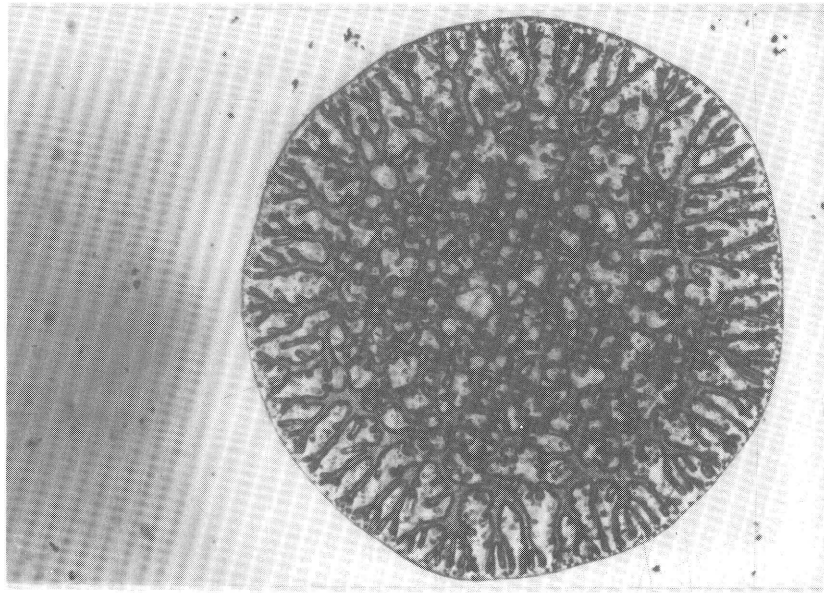
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca*	t_{NL} [ms]
248	27 : 1	78	0,017	72	2,98

Bild 5.17: Versuch mit Öl 200 A + 34,1% NaCl



V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca*	t_{NL} [ms]
249	21,6 : 1	66	0,027	250	2,98

Bild 5.18: Versuch mit Öl 200 A + 34,1% NaCl

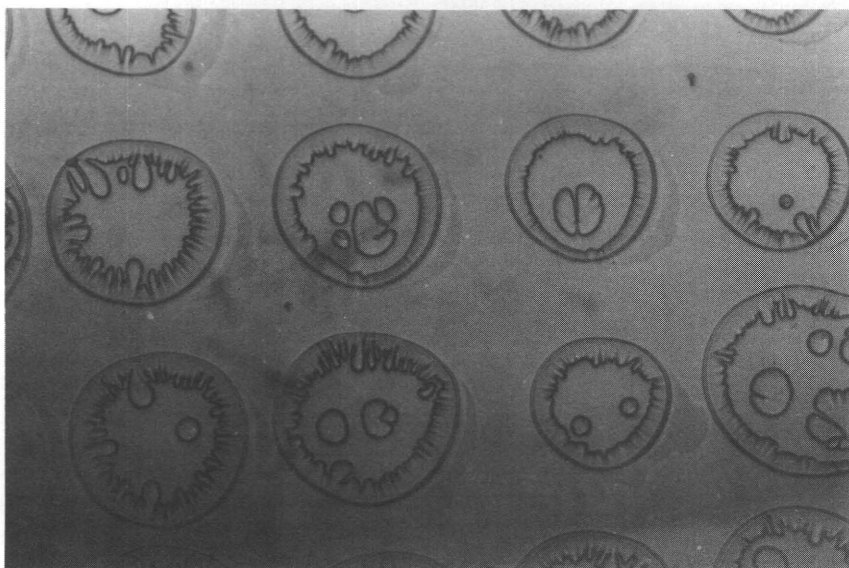


V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_1 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
250	16,9 : 1	75	0,033	725	2,98

Bild 5.19: Versuch mit Öl 200 A + 34,1% NaCl

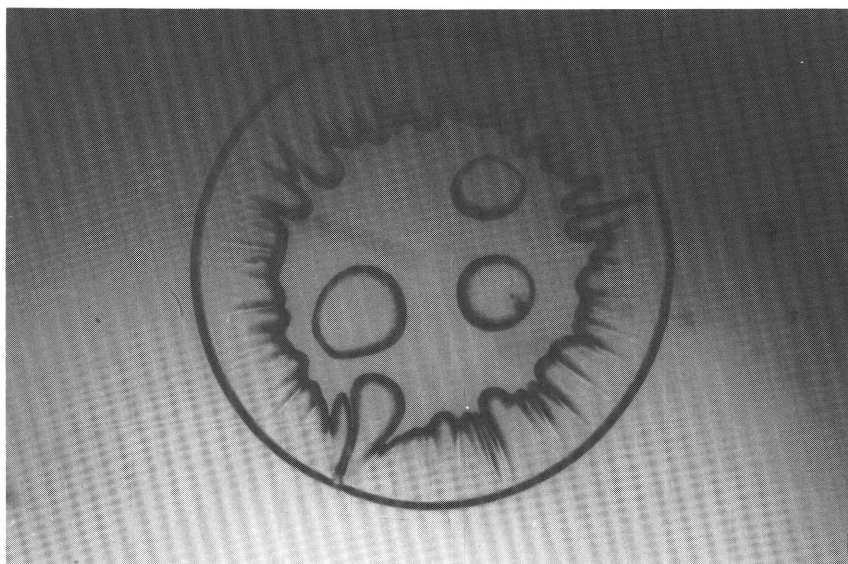
5.2.3.3 PTB-Eichöl 2 000 A

Bilder 5.20 bis 5.26 zeigen Versuche mit reinem PTB-Öl 2 000 A, Bilder 5.27 bis 5.29 zeigen Versuche mit einer Suspension aus Öl 2 000 A und Kochsalz (NaCl).



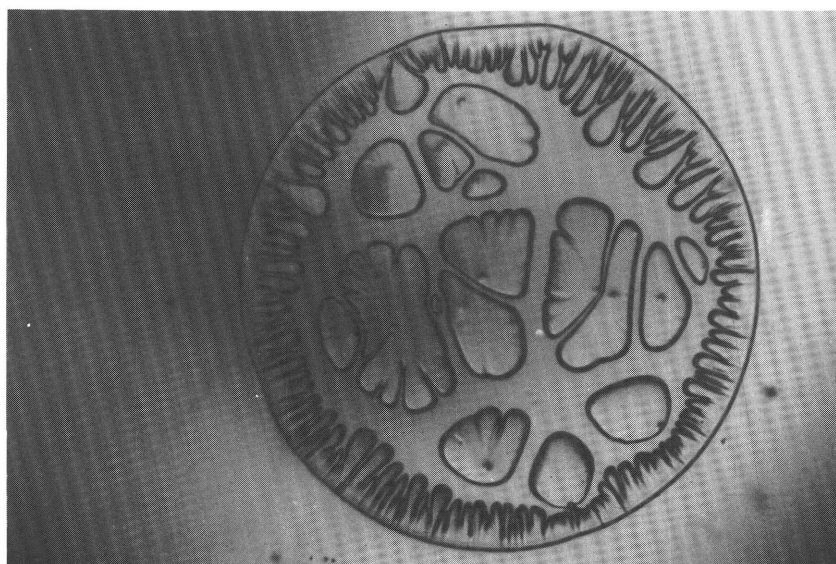
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca*	t_{NL} [ms]
18	43,2 : 1	7	0,095	> 14500	1,74

Bild 5.20: Versuch mit Öl 2 000 A



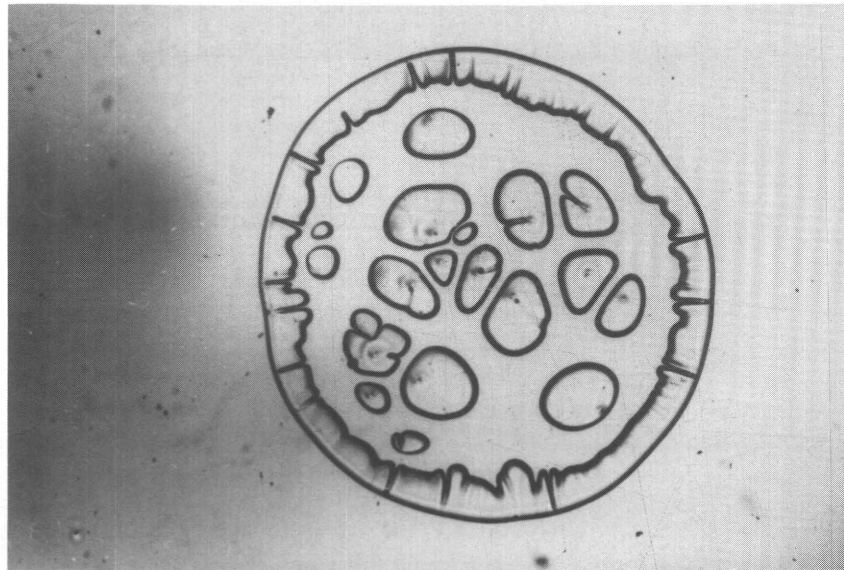
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
204	21,6 : 1	75	0,024	1290	2,98

Bild 5.21: Versuch mit Öl 2 000 A



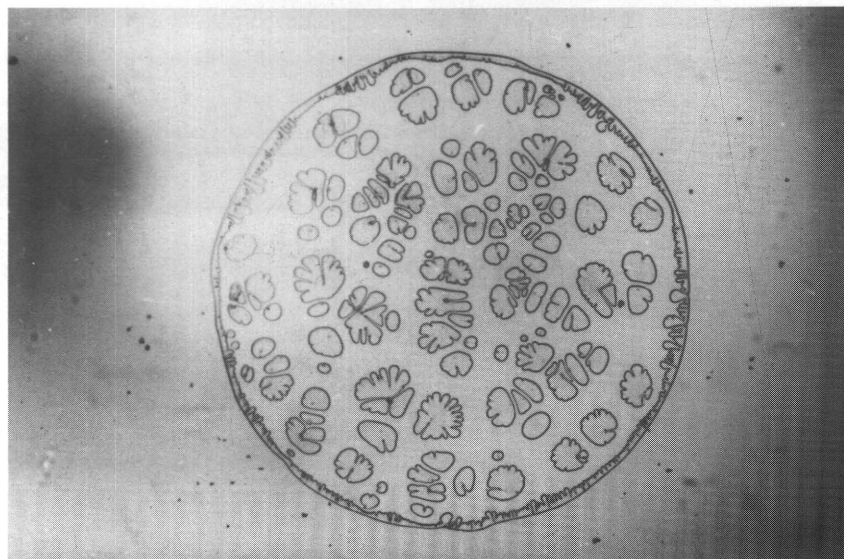
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
205	13,5 : 1	35	0,016	46800	2,98

Bild 5.22: Versuch mit Öl 2 000 A



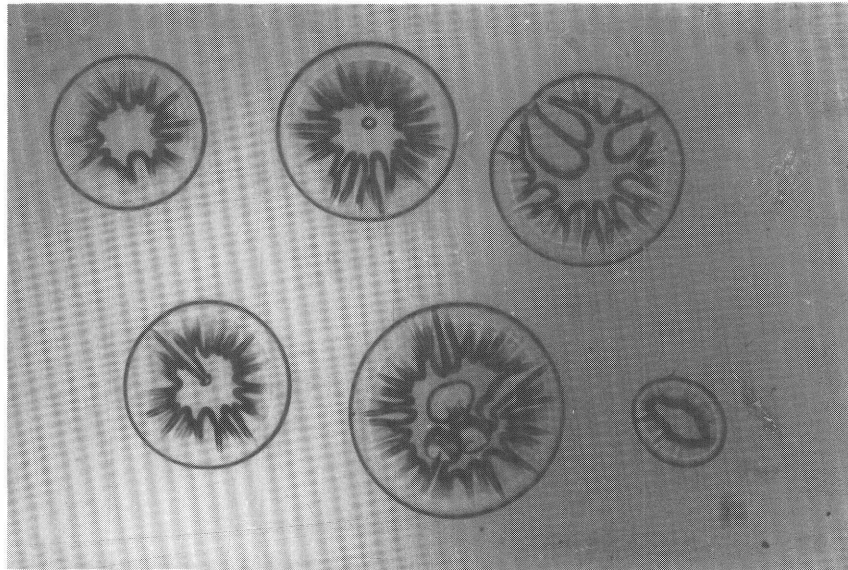
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
268	16,9 : 1	35	0,007	6440	2,86

Bild 5.23: Versuch mit Öl 2 000 A



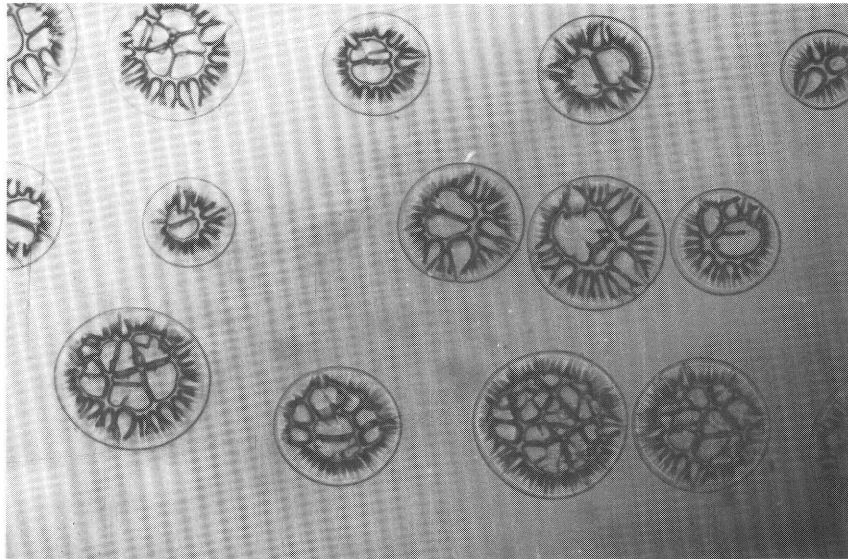
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
269	16,9 : 1	16	0,008	103250	2,86

Bild 5.24: Versuch mit Öl 2 000 A



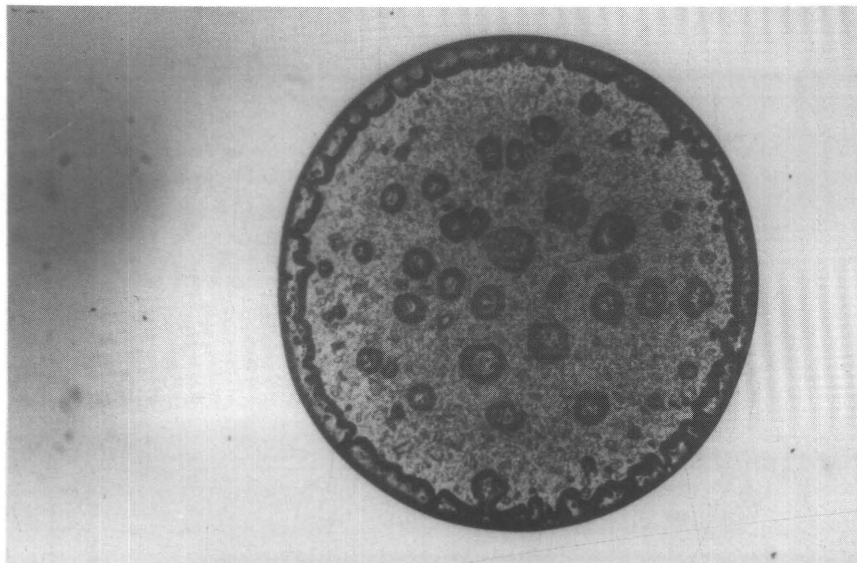
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
270	27 : 1	15	0,011	258	2,86

Bild 5.25: Versuch mit Öl 2 000 A



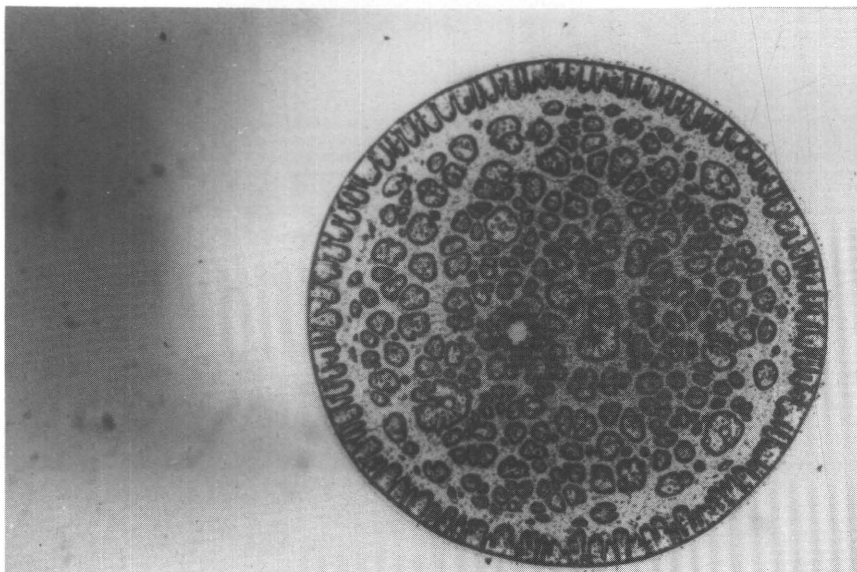
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
271	33,7 : 1	5	0,005	> 1130	2,86

Bild 5.26: Versuch mit Öl 2 000 A



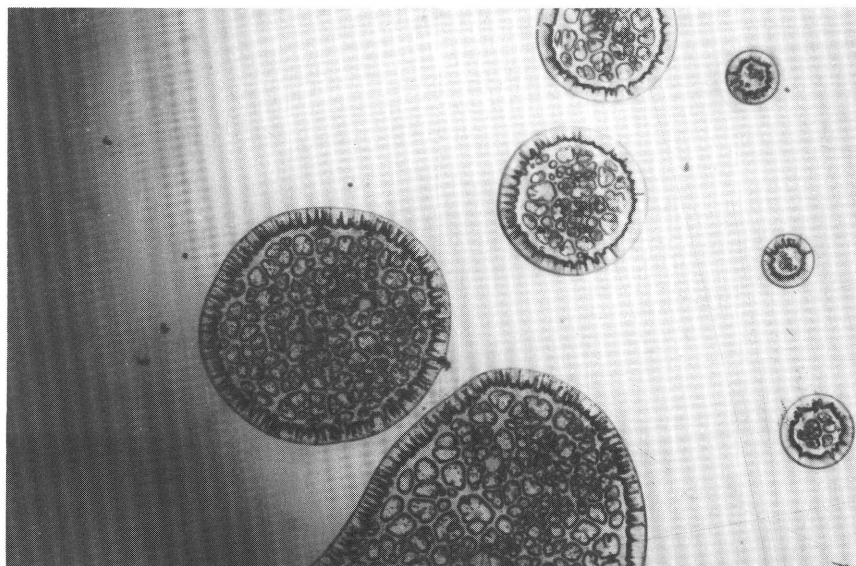
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
220	16,9 : 1	48	0,013	5550	2,72

Bild 5.27: Versuch mit Öl 2 000 A + 19,6% NaCl



V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
221	16,9 : 1	30	0,018	39250	2,72

Bild 5.28: Versuch mit Öl 2 000 A + 19,6% NaCl

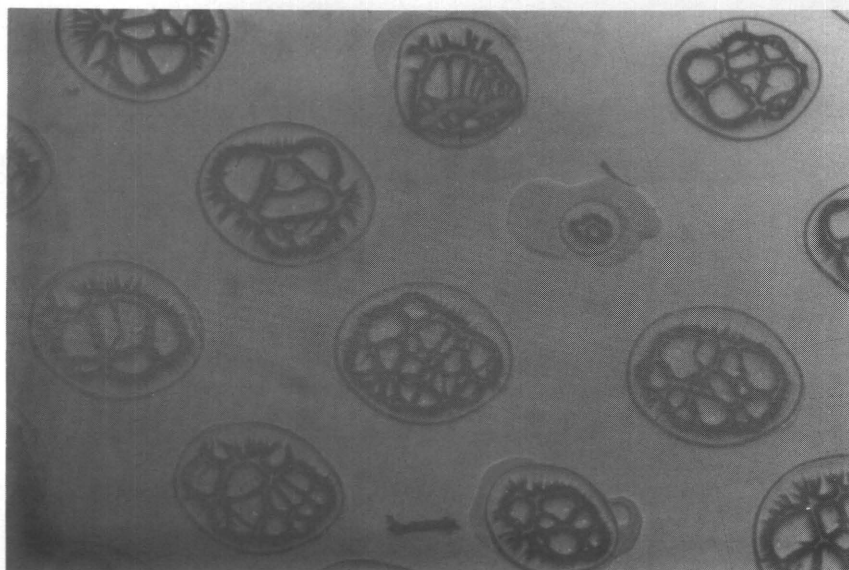


V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h} [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
222	21,6 : 1	7,5	0,03	> 1925	2,31

Bild 5.29: Versuch mit Öl 2 000 A + 19,6% NaCl

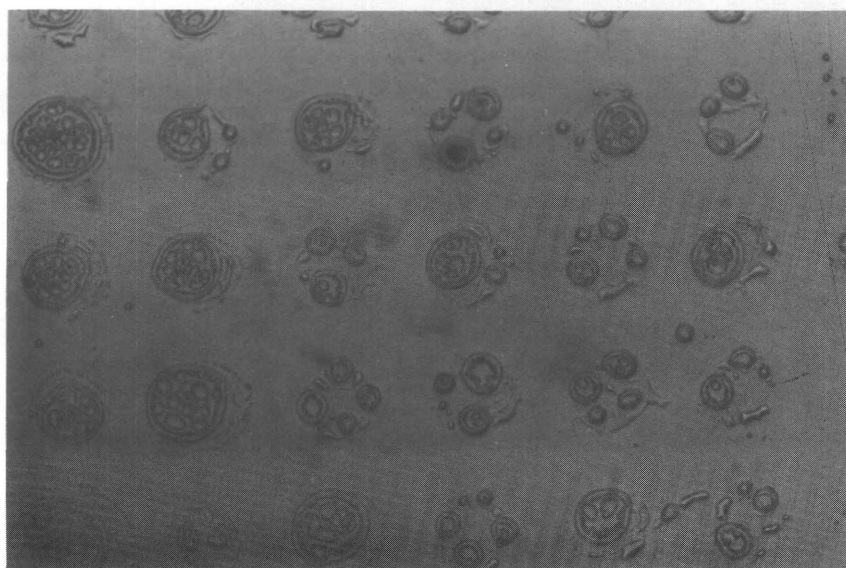
5.2.3.4 PTB-Eichöl 10 000 B

Bilder 5.30 und 5.31 zeigen Versuche mit reinem PTB-Öl 10 000 B.



V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
31	43,2 : 1	7	0,08	> 5075	1,96

Bild 5.30: Versuch mit Öl 10 000 B

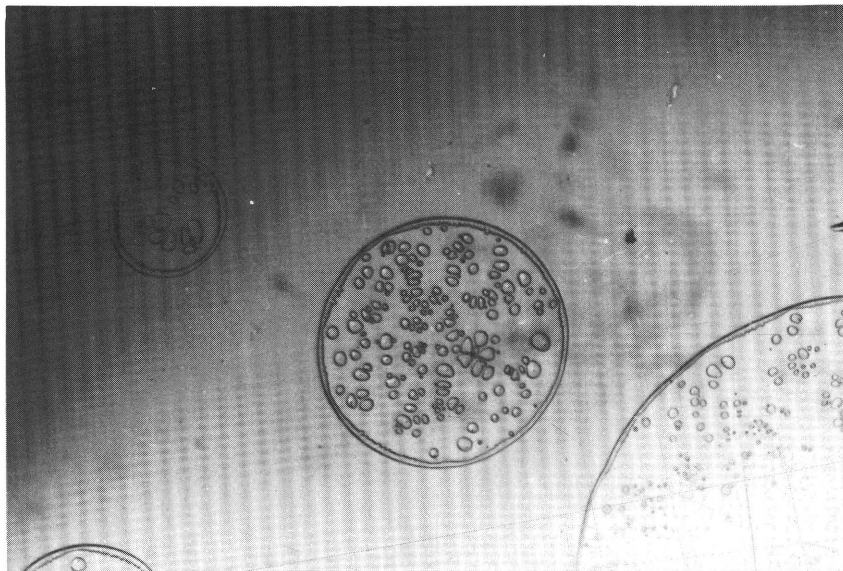


V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
33	43,2 : 1	3	0,1	9 - 263	1,23

Bild 5.31: Versuch mit Öl 10 000 B

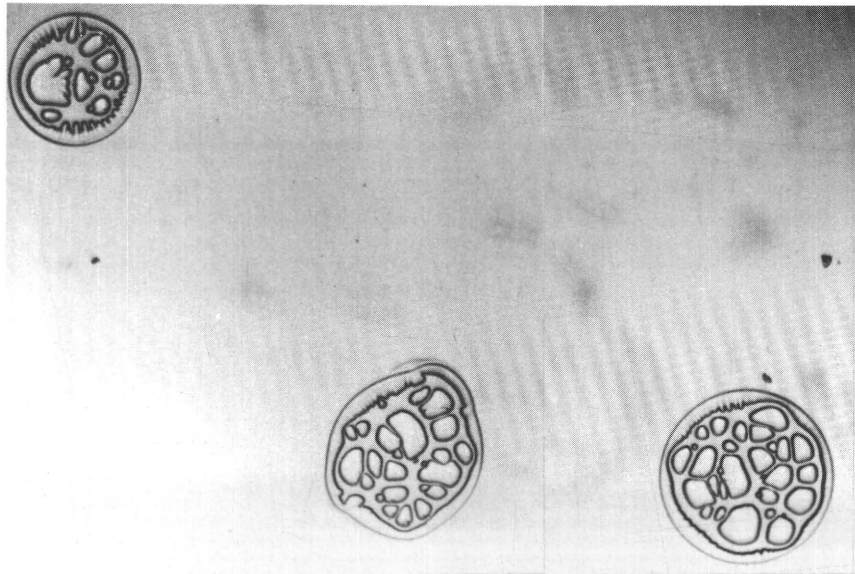
5.2.3.5 PTB-Eichöl 20 000 B

Bilder 5.32 bis 5.43 zeigen Versuche mit reinem PTB-Öl 20 000 B.



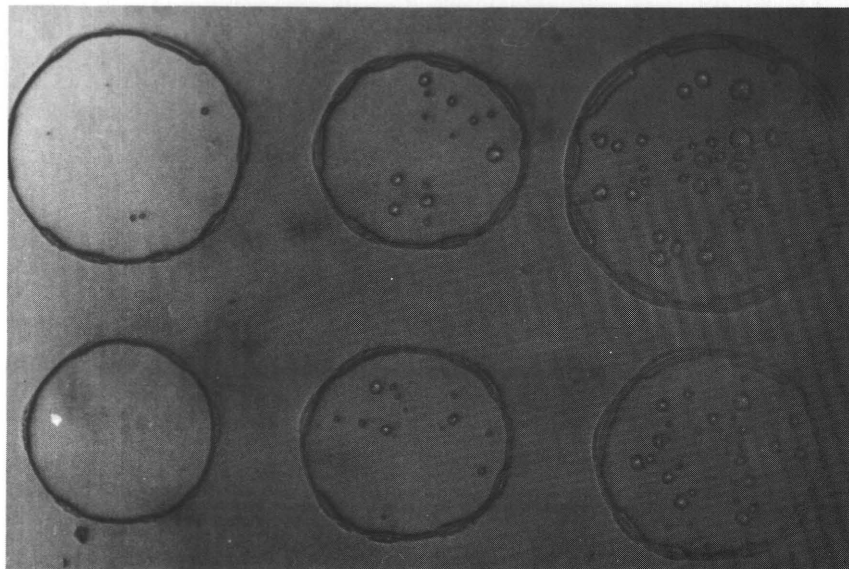
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h} [m/s]	Ca*	t_{NL} [ms]
79	33,7 : 1	8	0,034	> 101500	1,85

Bild 5.32: Versuch mit Öl 20 000 B



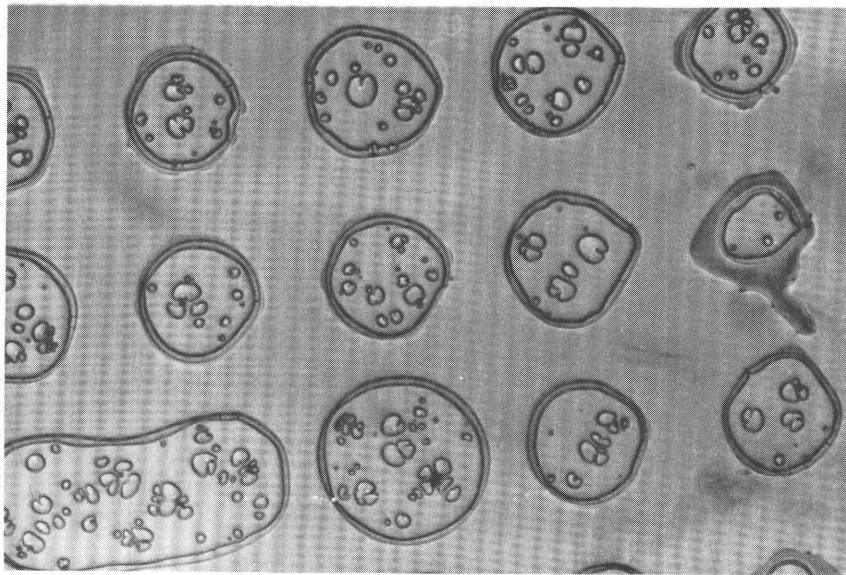
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
80	47,7 : 1	8	0,034	> 29125	1,85

Bild 5.33: Versuch mit Öl 20 000 B



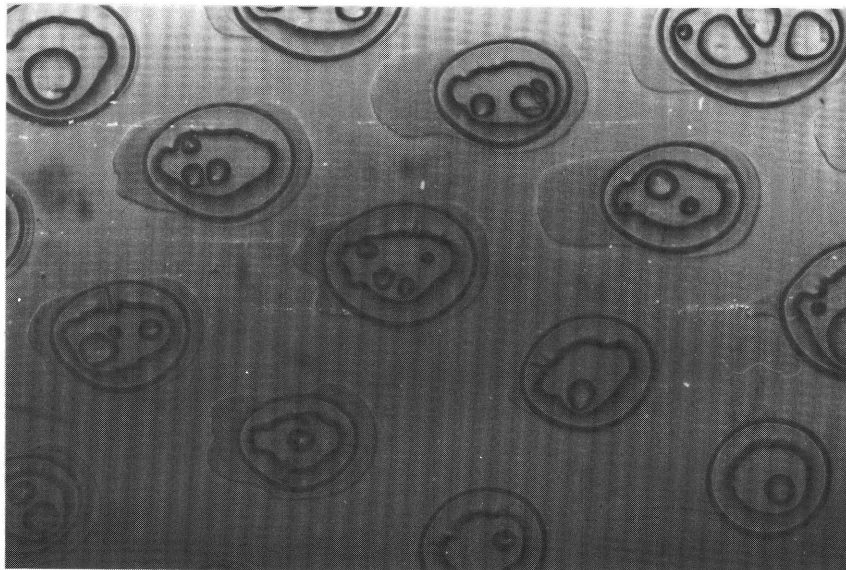
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
88	61,1 : 1	4	0,04	> 3700	1,60

Bild 5.34: Versuch mit Öl 20 000 B



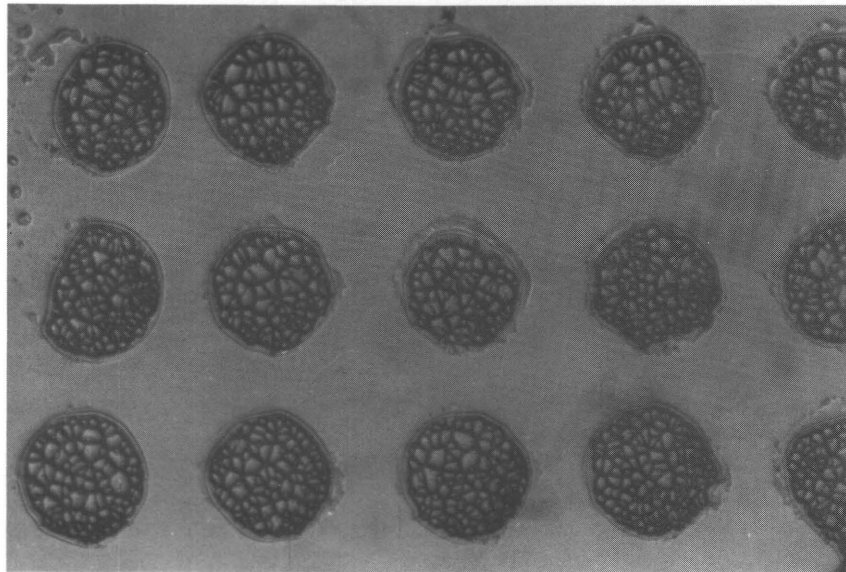
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
89	61,1 : 1	6	0,043	> 1125	1,54

Bild 5.35: Versuch mit Öl 20 000 B



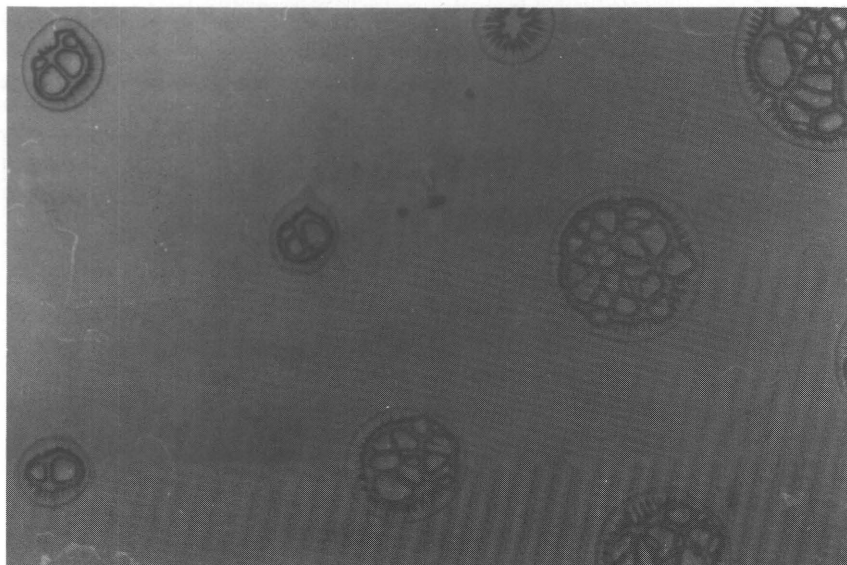
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
96	43,2 : 1	12	0,054	> 23000	1,83

Bild 5.36: Versuch mit Öl 20 000 B



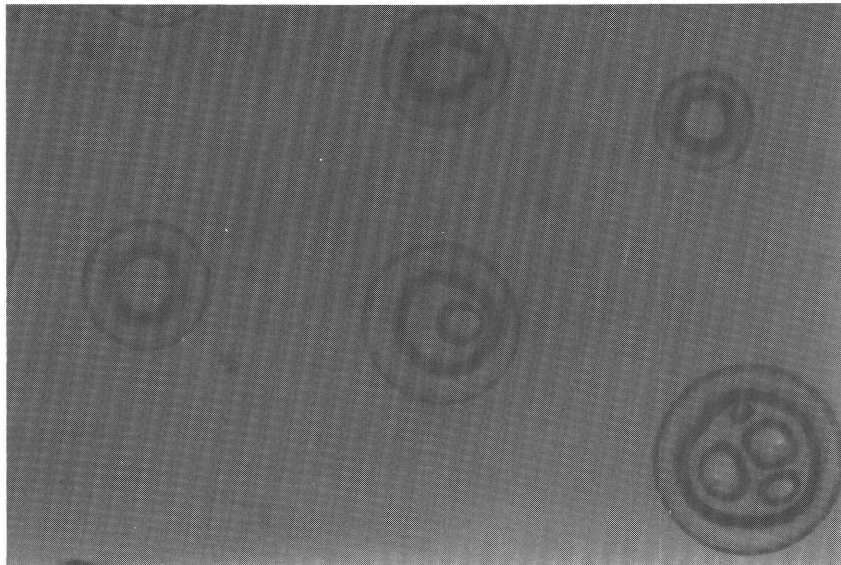
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
102	61,1 : 1	4	0,052	167600	2,03

Bild 5.37: Versuch mit Öl 20 000 B



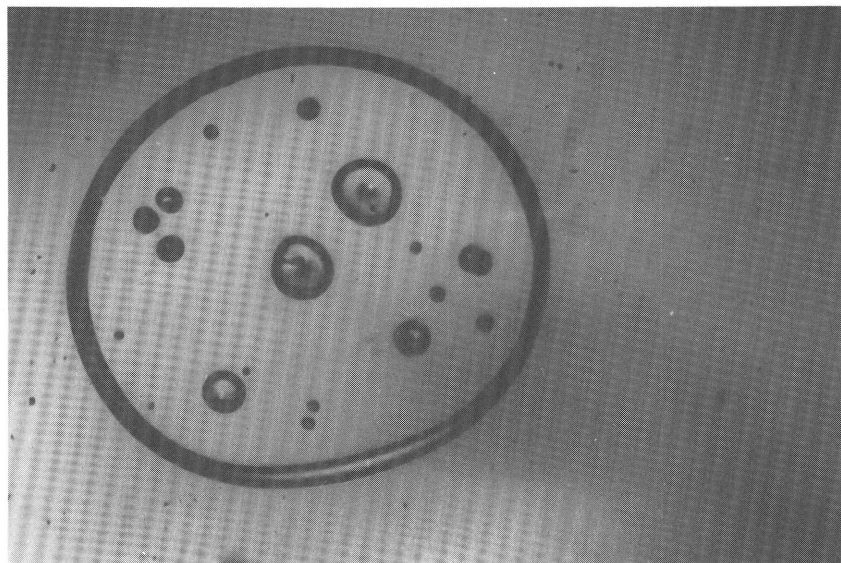
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
198	43,2 : 1	5	0,014	> 16750	2,58

Bild 5.38: Versuch mit Öl 20 000 B



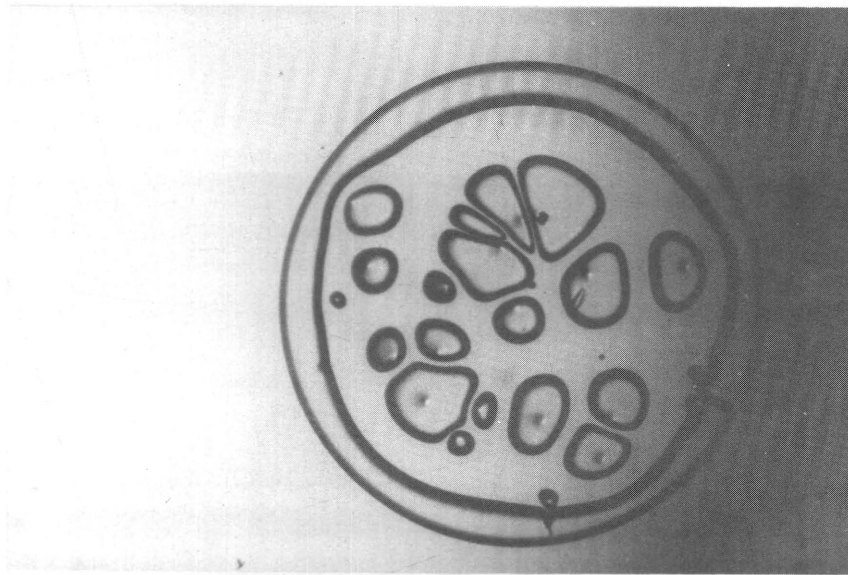
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
199	43,2 : 1	16	0,028	> 6000	2,58

Bild 5.39: Versuch mit Öl 20 000 B



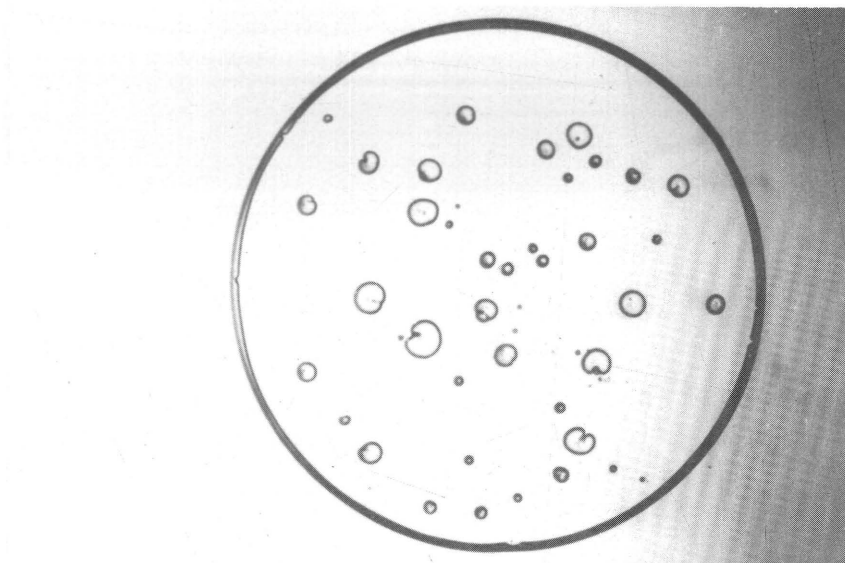
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
215	16,9 : 1	50	0,008	43125	2,18

Bild 5.40: Versuch mit Öl 20 000 B



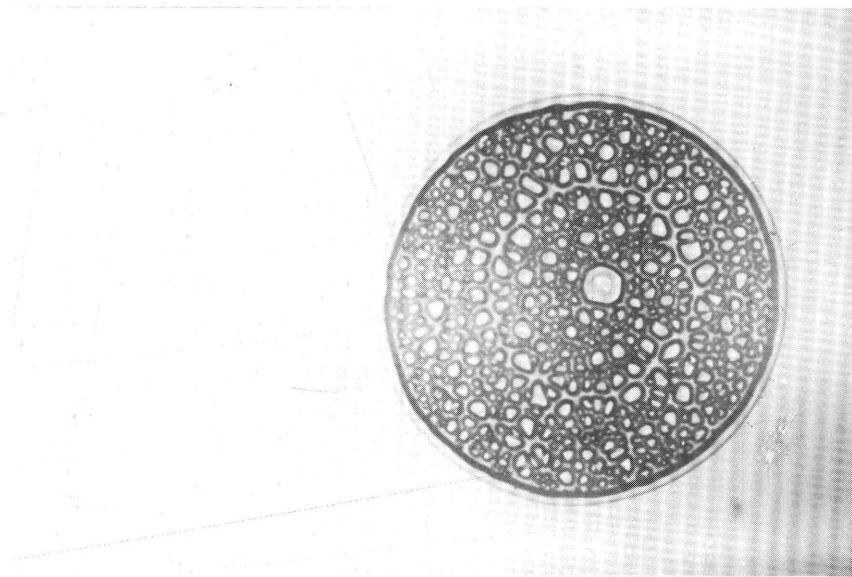
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
216	21,6 : 1	37	0,013	81800	2,18

Bild 5.41: Versuch mit Öl 20 000 B



V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
260	27 : 1	43	0,003	8790	3,12

Bild 5.42: Versuch mit Öl 20 000 B

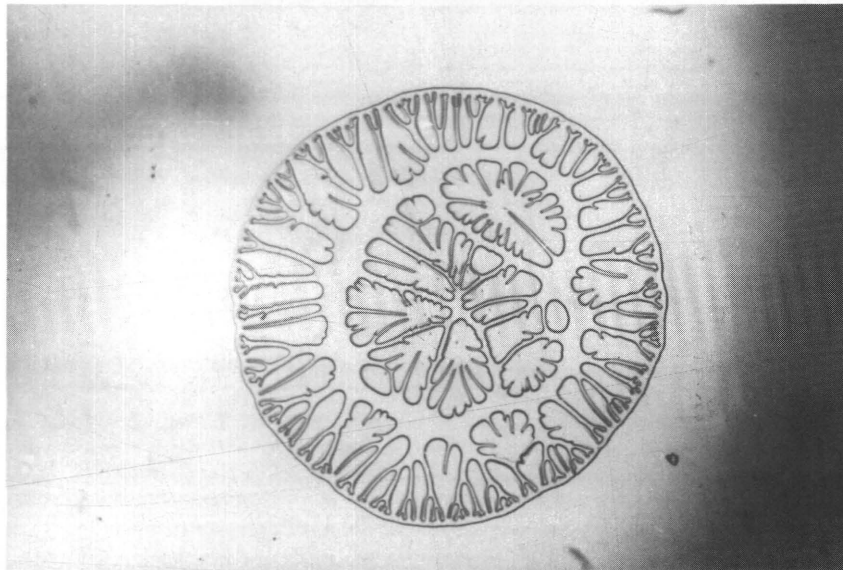


V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
265	33,7 : 1	14	0,014	312500	3,26

Bild 5.43: Versuch mit Öl 20 000 B

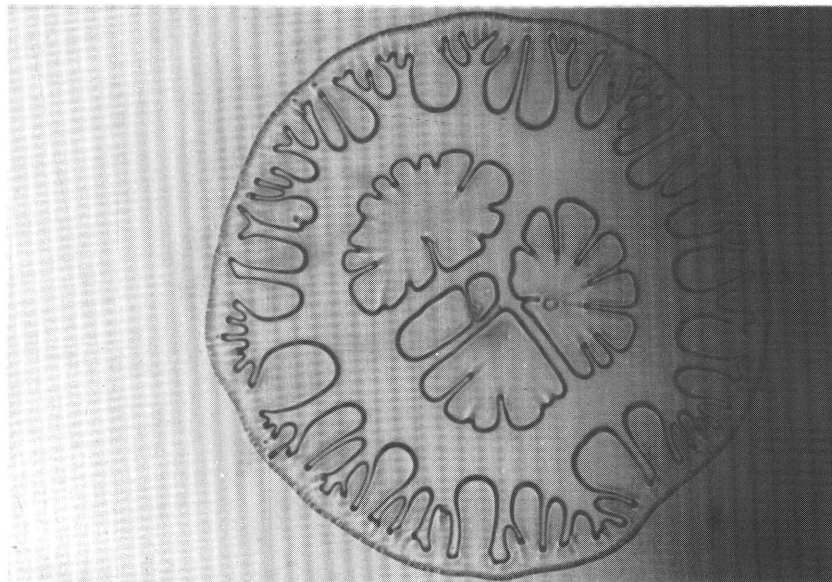
5.2.3.6 Glycerin

Bilder 5.44 bis 5.50 zeigen Versuche mit Glycerin mit unbehandelten sauberen Glasplatten, der Randwinkel θ von Glycerin auf Glas beträgt ca. 25° . Bilder 5.51 bis 5.61 zeigen Versuche mit Glycerin auf hydrophobisierten Glasplatten. Der Randwinkel θ beträgt ca. 100° .



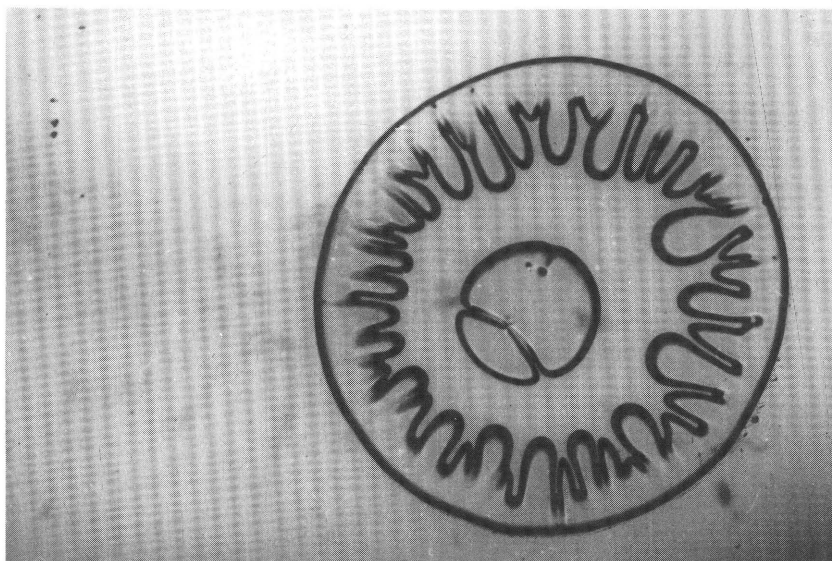
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_1 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
306	16,9 : 1	27	0,090	770	1,55

Bild 5.44: Versuch mit Glycerin



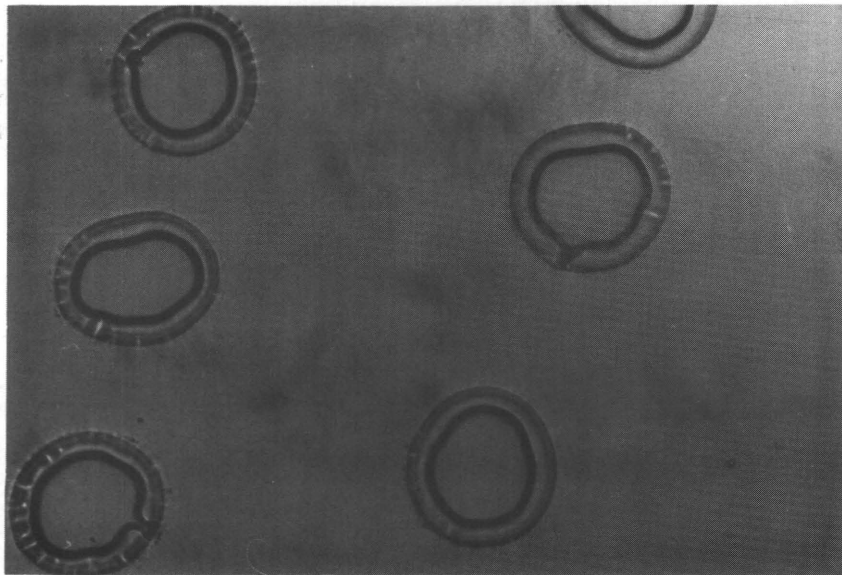
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
307	33,7 : 1	19	0,115	600	0,99

Bild 5.45: Versuch mit Glycerin



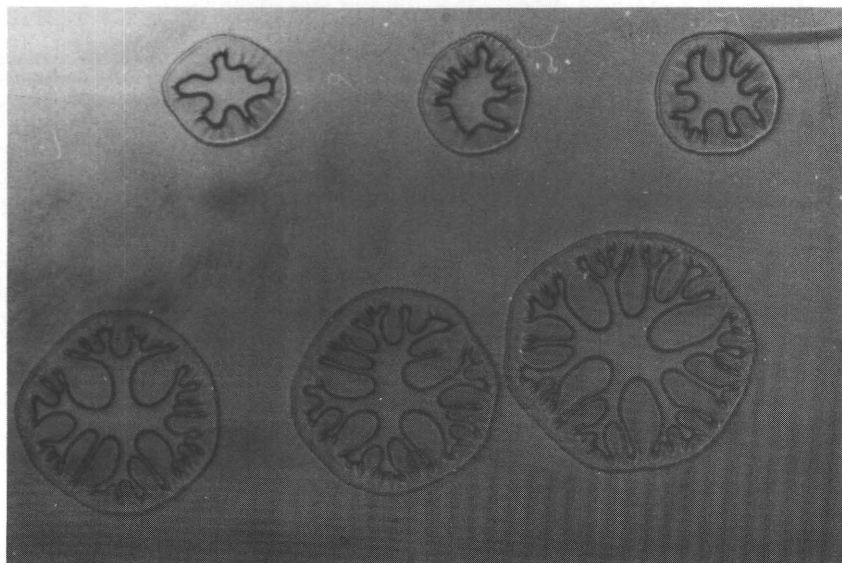
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
308	21,6 : 1	33	0,110	340	1,72

Bild 5.46: Versuch mit Glycerin



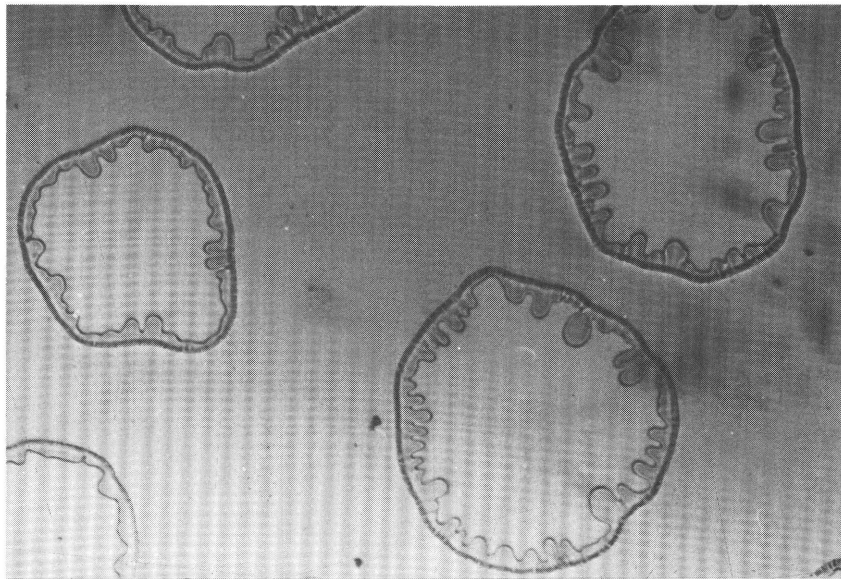
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
311	61,1 : 1	8	0,105	> 23	1,03

Bild 5.47: Versuch mit Glycerin



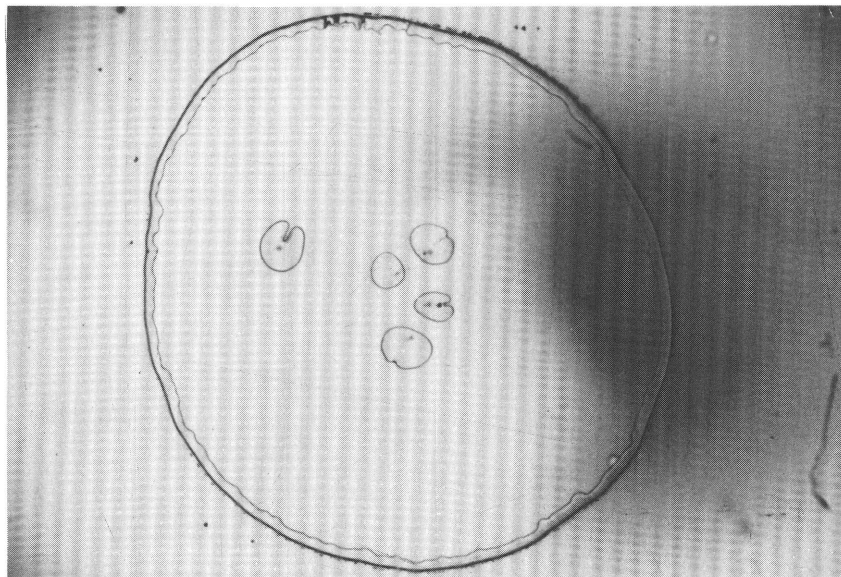
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
313	61,1 : 1	4	0,120	87 - 1120	1,03

Bild 5.48: Versuch mit Glycerin



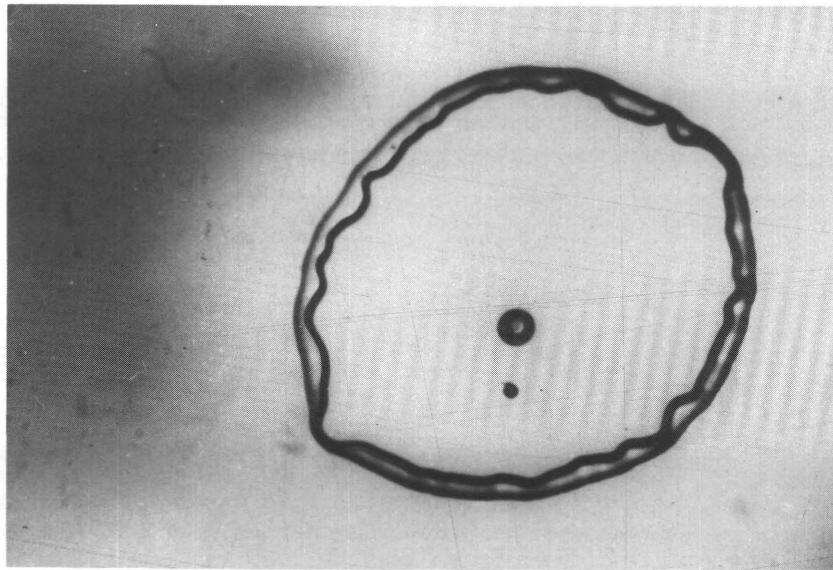
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
316	47,7 : 1	8	0,015	> 23	0,77

Bild 5.49: Versuch mit Glycerin



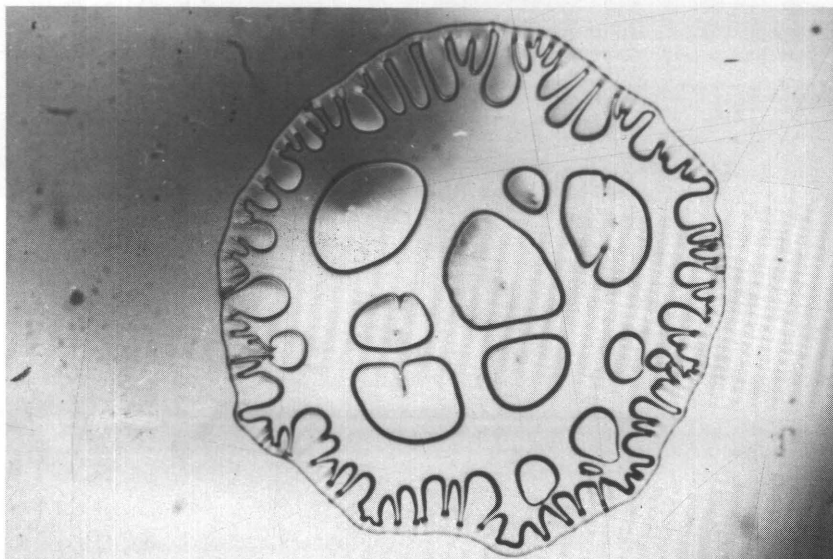
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
320	13,5 : 1	3	0,011	246	1,07

Bild 5.50: Versuch mit Glycerin



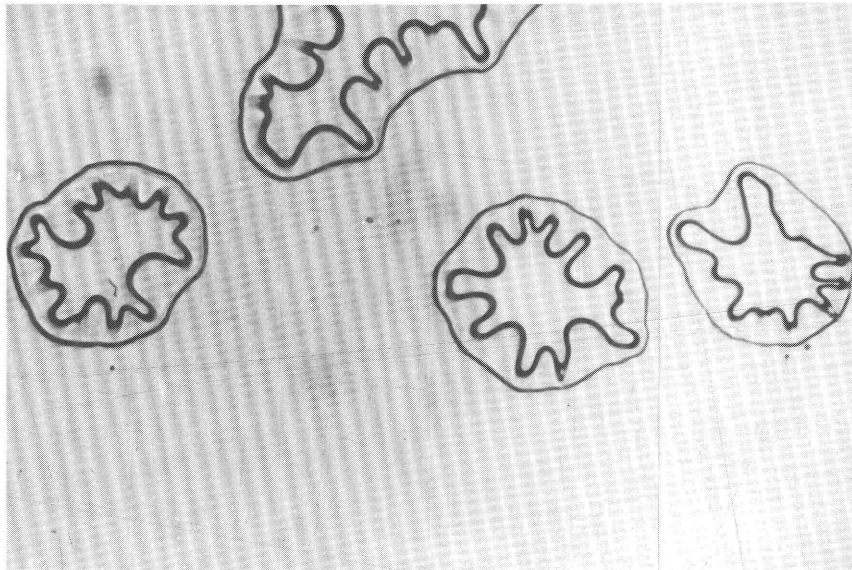
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
321	16,9 : 1	54	0,110	140	0,96

Bild 5.51: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



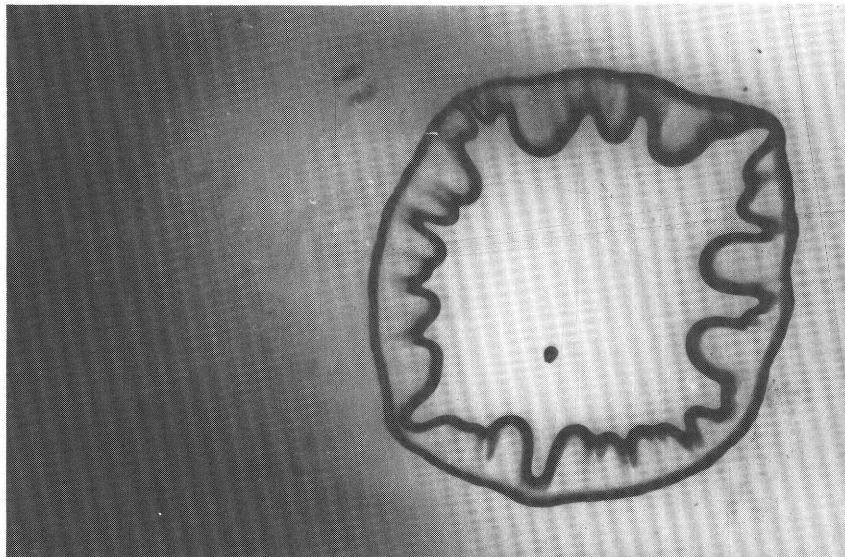
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
322	13,5 : 1	20	0,105	7025	1,38

Bild 5.52: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



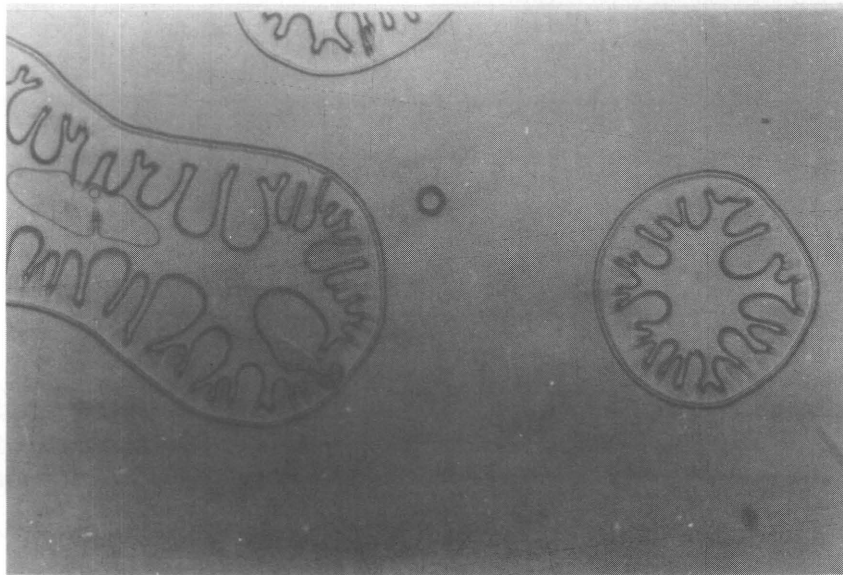
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
328	47,7 : 1	4,5	0,105	> 535	1,04

Bild 5.53: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



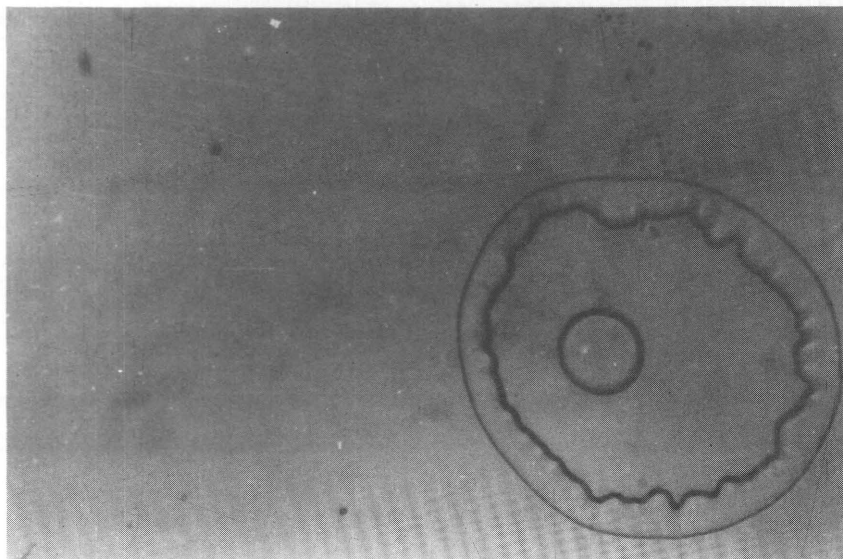
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
331	16,9 : 1	57	0,100	80	1,60

Bild 5.54: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



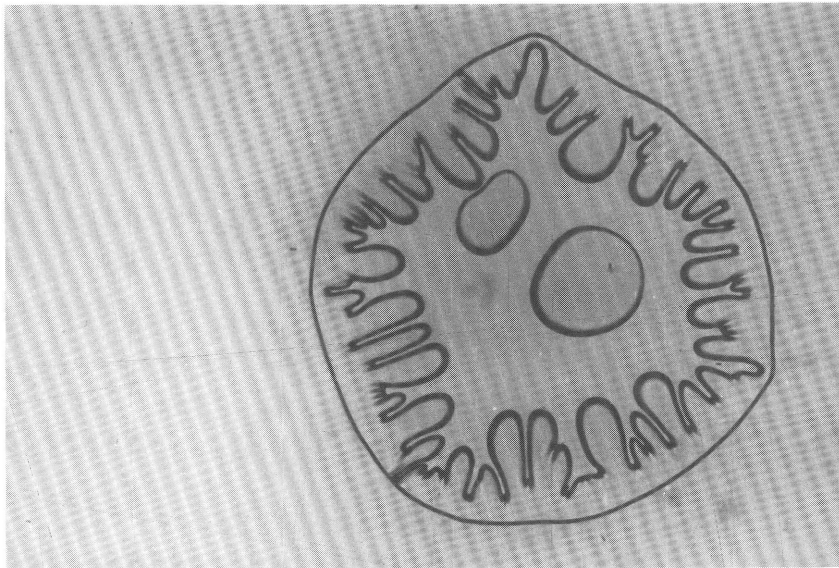
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h} [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
340	43,2 : 1	8	0,125	315	0,94

Bild 5.55: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



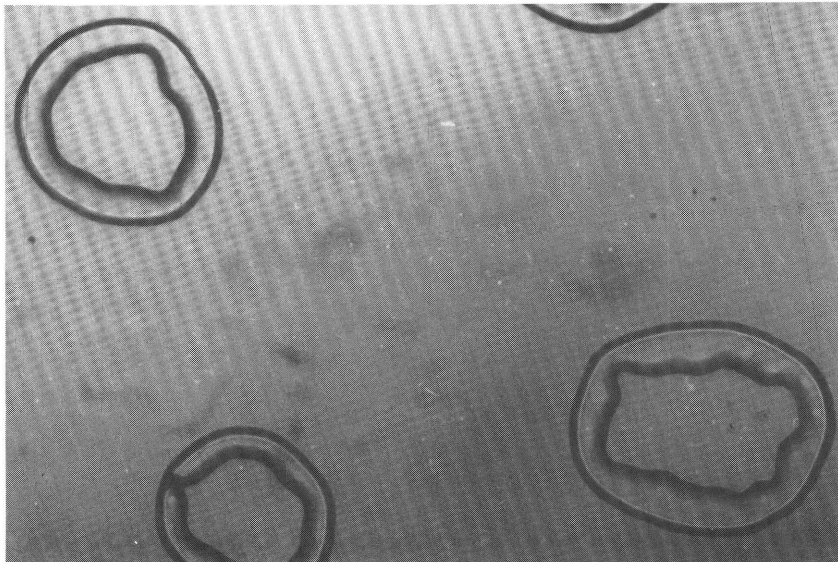
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h} [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
347	43,2 : 1	13	0,140	355	0,73

Bild 5.56: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



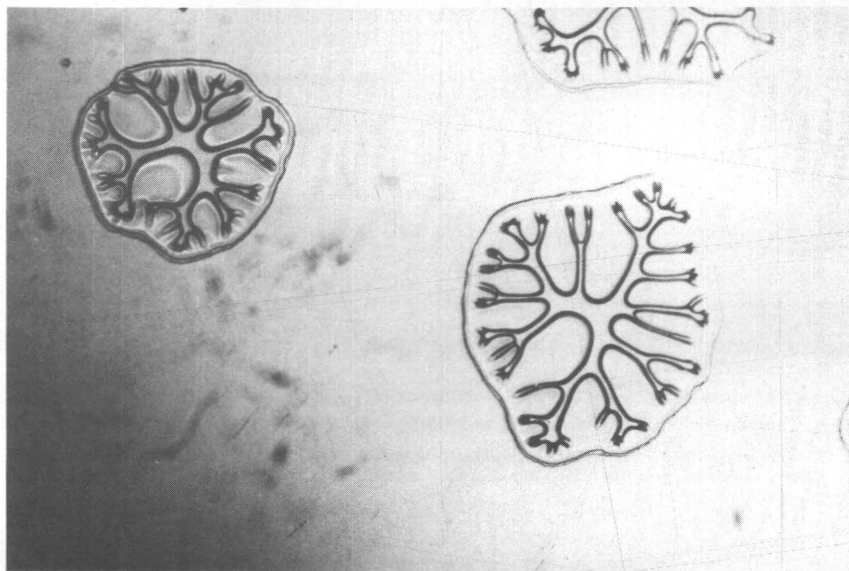
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
351	21,6 : 1	21	0,135	1210	1,20

Bild 5.57: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



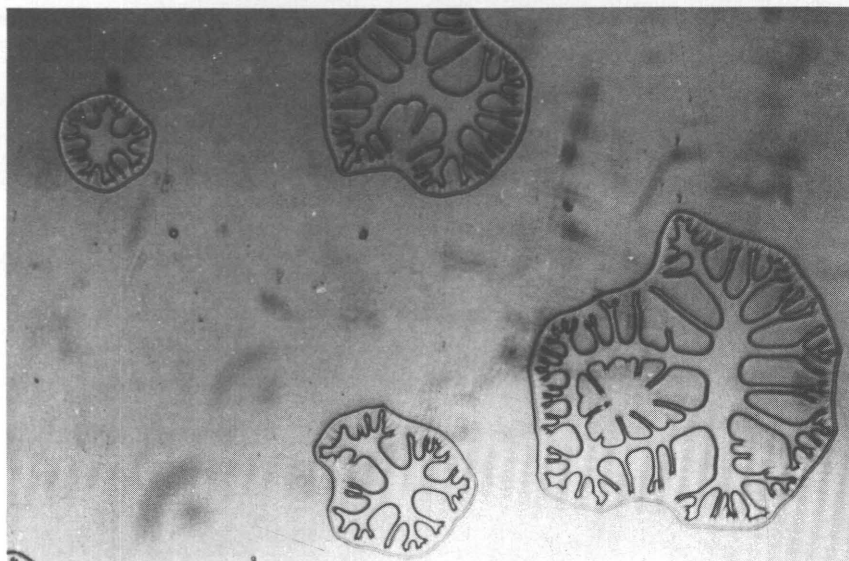
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
357	43,2 : 1	25	0,130	5 - 11	1,15

Bild 5.58: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



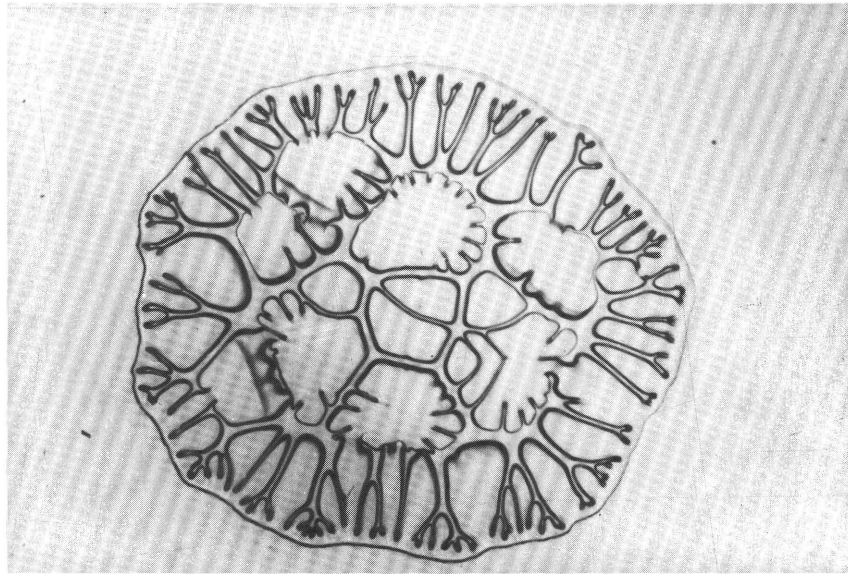
V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
358	43,2 : 1	8,5	0,125	190 - 370	1,33

Bild 5.59: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten



V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
359	43,2 : 1	3	0,145	600-16250	0,78

Bild 5.60: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten

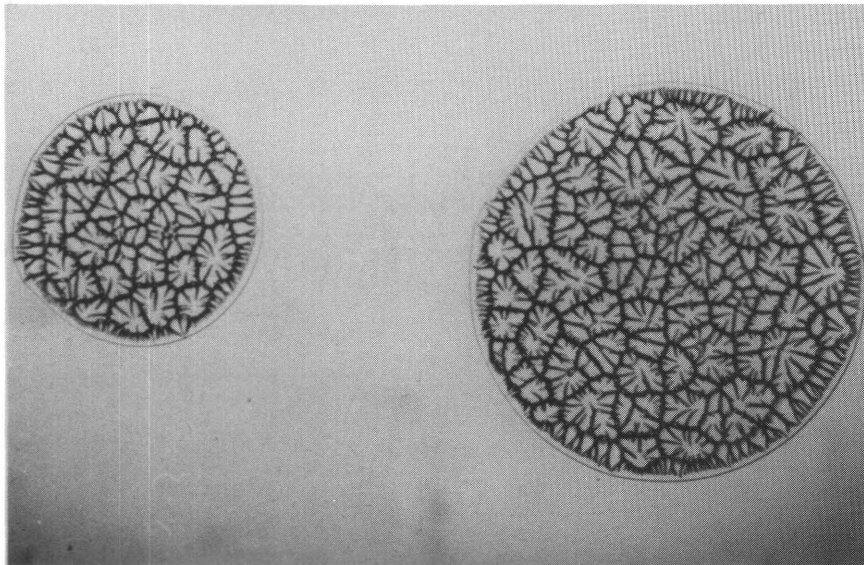


V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	h_1 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
361	21,6 : 1	6	0,140	84750	1,36

Bild 5.61: Versuch mit Glycerin, hydrophobe Glasplatten

5.2.3.7 Silikonöl

Die wenigen Versuche mit Silikonöl zeigten ein ähnliches Flüssigkeitsverhalten wie bei newtonschen Flüssigkeiten. Bild 5.62 zeigt einen Versuch mit DC 200-1000cSt (Fa. Dow Chemical).



V-Nr.	Maßstab	h_0 [μm]	\dot{h}_4 [m/s]	Ca^*	t_{NL} [ms]
109	30,5 : 1	4,5	0,0085	231000	1,80

Bild 5.62: Versuch mit Silikonöl DC 200-1000cSt

5.3 Evolution des Viscous Fingering

5.3.1 Versuchsdurchführung

Bei der Glasplattenvorrichtung zur Beobachtung des Viscous Fingering (Vorrichtung B) wird die obere Platte durch einen Keil-Spindelantrieb angehoben. Ein ausreichend dimensionierter Gleichstrommotor sorgt für eine nahezu gleichbleibende Plattengeschwindigkeit. Beim Versuch werden die Bilder mit einer Videokamera aufgezeichnet und können anschließend mit einem Bildverarbeitungssystem bearbeitet werden. Für diese Aufnahmen wurde das Bildverarbeitungssystem des Fachgebiets Papierfabrikation benutzt, das freundlicherweise zur Verfügung gestellt wurde. Aufgrund der im Vergleich zur Fotografie geringen Auflösung der Videokamera kam es bei den Versuchen zu Beleuchtungsproblemen, weshalb nur Druckfarbe und mit "Fettorange" angefärbte Flüssigkeiten befriedigend untersucht werden konnten. Bei diesen Versuchen wurden die Flüssigkeitsproben mit einer Kanüle zwischen die Glasplatten gebracht.

5.3.2 Dokumentation der Videoaufnahmen

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Bildsequenzen zeigen die Evolution des VF. Die Finger zeigen eine chaotische, fraktale Struktur. Zudem kann das Wachstum von Kavitationsblasen beobachtet werden. Die Blasenentwicklung ist wegen der hier geringen Plattengeschwindigkeiten nicht sehr heftig. Die Blasen bleiben meist rund, d.h., ihre Oberfläche ist stabil, und sie werden von den nach innen drängenden Fingern zusammengeschoben.

Die Bilder 5.63 bis 5.68 zeigen gelbe Offsetdruckfarbe (G 6025 AND, Fa. Hartmann) und mit 4% Fettorange R DI AA 105 (Fa. Hoechst) angefärbte PTB-Öle 2 000 A und 20 000 B.

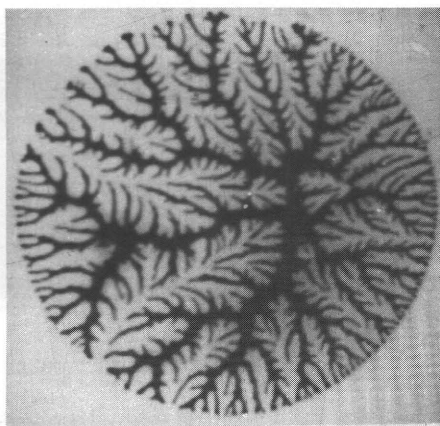
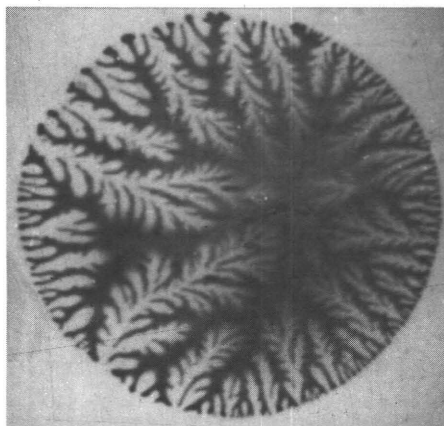
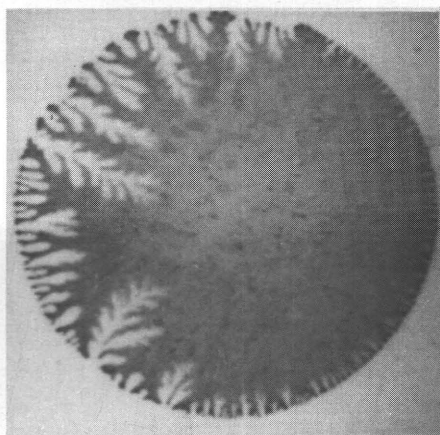
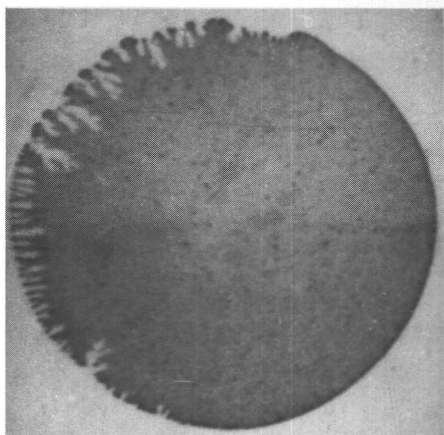


Bild 5.63: Viscous Fingering bei gefärbtem PTB-Öl 2 000 A, $h_0 = 20\mu\text{m}$, $\dot{h} \approx 15\mu\text{m/s}$. Maßstab 4,5 : 1. Es liegt reines VF vor.

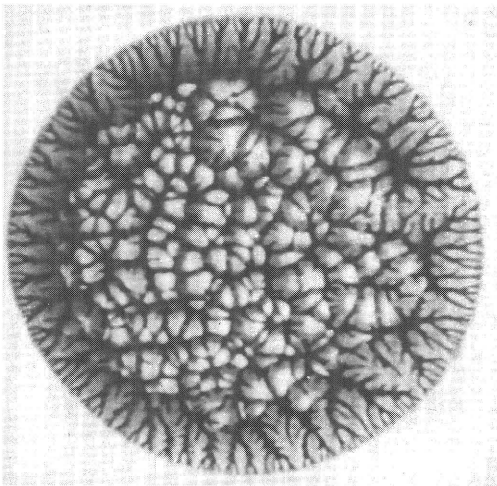
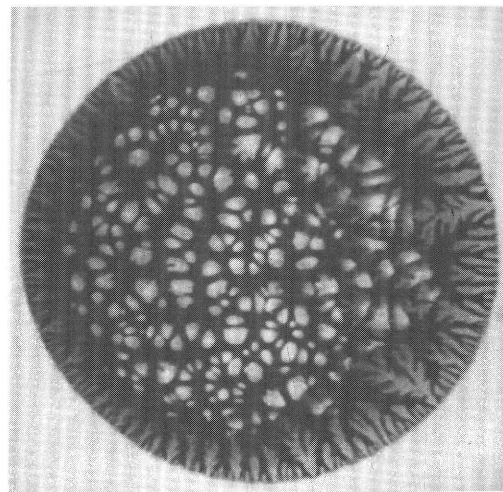
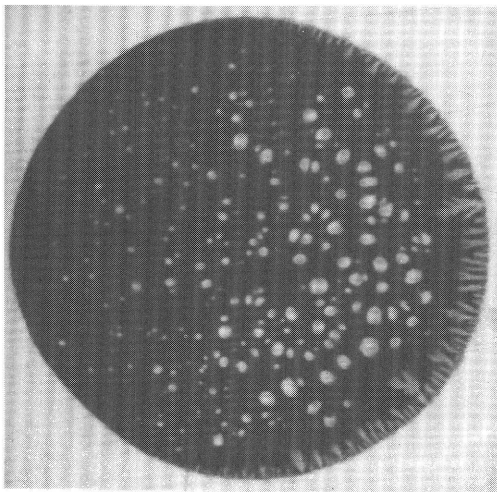
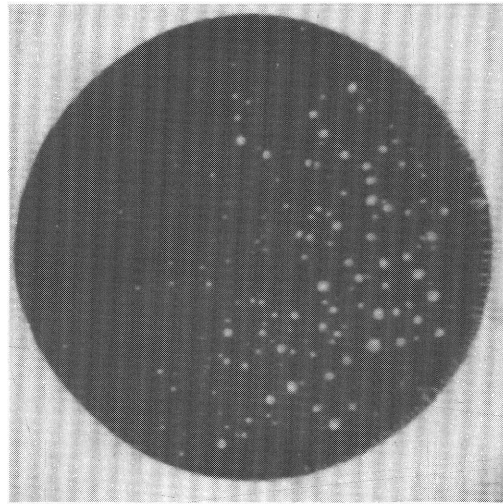
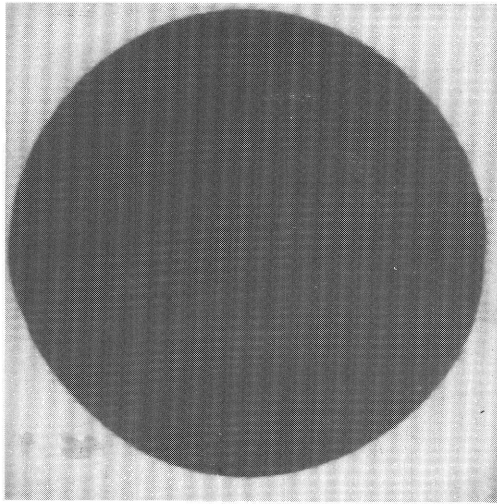


Bild 5.64: Viscous Fingering bei gefärbtem PTB-Öl 20 000 B, $h_0 = 27\mu\text{m}$, $\dot{h} \approx 60\mu\text{m/s}$. Maßstab 4,5 : 1. Es ist VF und heftige Kavitation zu erkennen.

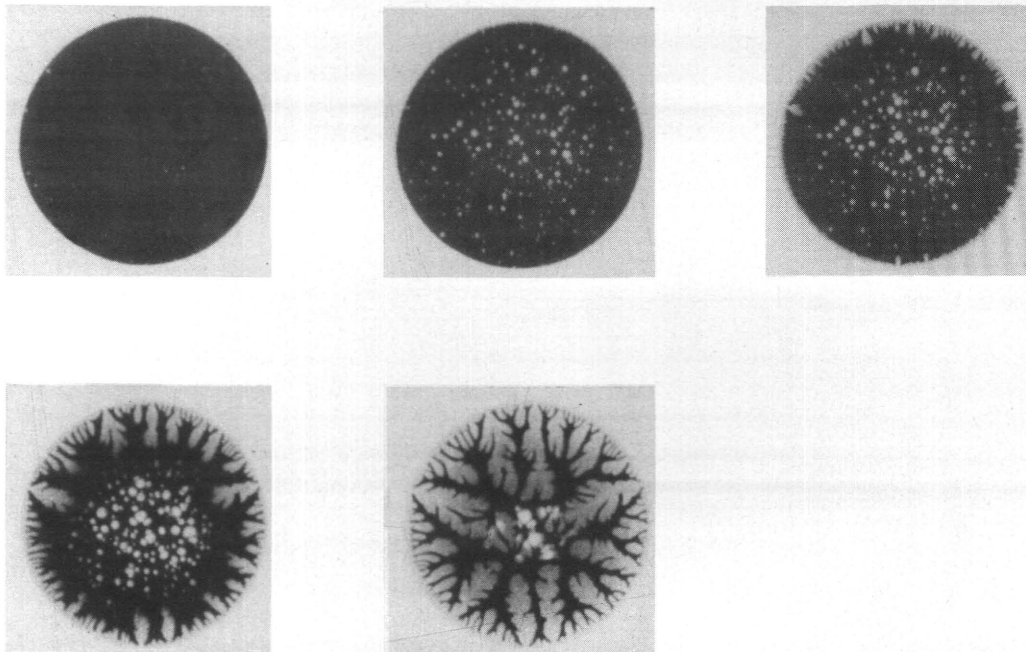


Bild 5.65: Viscous Fingering bei gefärbtem PTB-Öl 20 000 B, $h_0 = 49\mu\text{m}$, $\dot{h} \approx 27\mu\text{m/s}$. Maßstab 3,4 : 1. Man sieht VF und langsam wachsende Kavitationsblasen, die vom VF nach innen gedrängt werden.

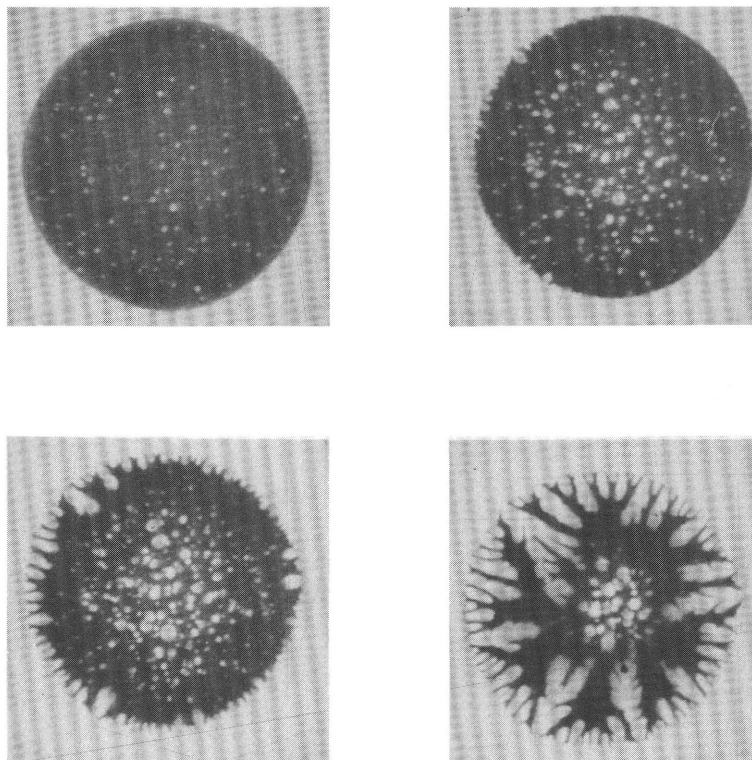


Bild 5.66: Viscous Fingering bei gefärbtem PTB-Öl 20 000 B, $h_0 = 67\mu\text{m}$, $\dot{h} \approx 60\mu\text{m/s}$. Maßstab 3,4 : 1. Man sieht VF und langsam wachsende Kavitationsblasen, die vom VF nach innen gedrängt werden.

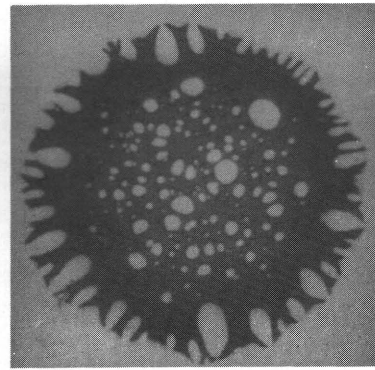
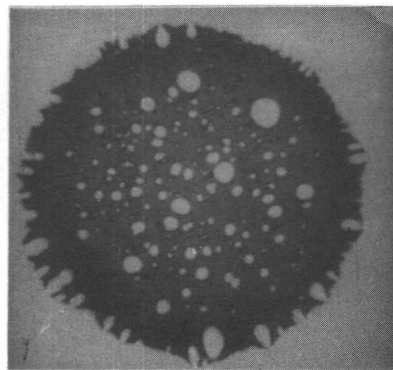
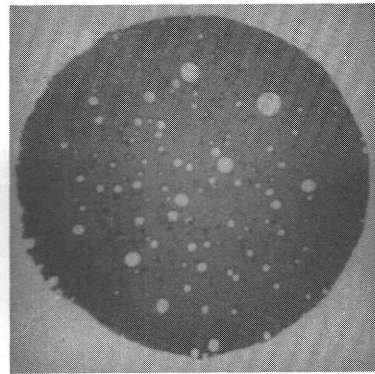
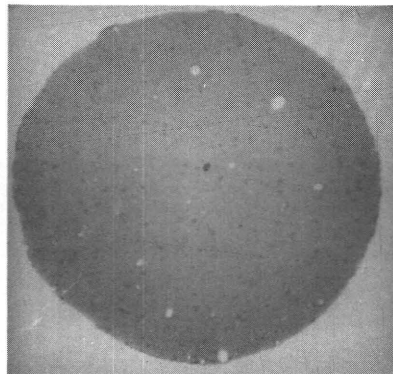


Bild 5.67: Viscous Fingering bei Offsetdruckfarbe G 6025 AND, $h_0 = 160\mu\text{m}$, $\dot{h} \approx 100\mu\text{m/s}$. Maßstab 3,4 : 1. Auch hier liegt VF und Kavitation vor. Vom dritten zum vierten Teilbild wachsen die Blasen nicht mehr, im Gegensatz zu den Fingern.

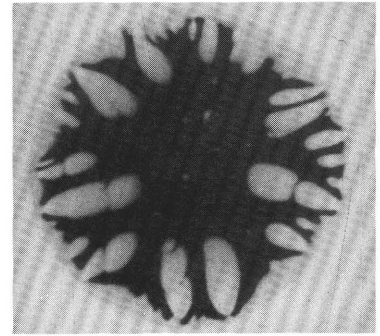
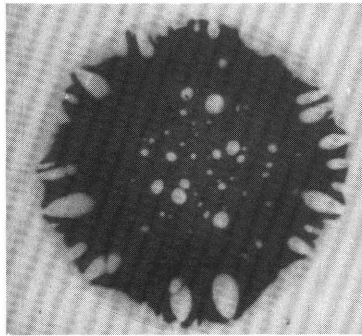
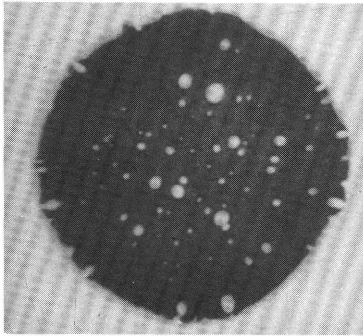


Bild 5.68: Viscous Fingering bei Offsetdruckfarbe G 6025 AND, $h_0 = 195\mu\text{m}$, $\dot{h} \approx 100\mu\text{m/s}$. Maßstab 3,4 : 1. Hier ist zu sehen, wie die Kavitationsblasen schließlich verschwinden, da der Umgebungsdruck durch das VF in das Innere der Flüssigkeit gebracht wird.

6. Interpretation der Versuchsergebnisse

6.1 Klassifikation der Strömungsformen

Aus den Experimenten lassen sich vier charakteristische Strömungsformen entnehmen:

- Stabile Strömung
- Auffingerung mit stabilen Fingern
- Auffingerung mit Viscous Fingering (VF)
- Kavitation.

In den meisten Fällen treten Mischformen auf.

In diesem Abschnitt werden die beobachteten Phänomene in Abhängigkeit der Parameter interpretiert und quantifiziert.

Bei den Versuchen zur Evolution des VF wird beobachtet, daß im Wachstum zurückbleibende Finger schließlich absterben, und praktisch gar nicht mehr weiterwachsen. Die Flüssigkeit in der Nähe des Tropfenrandes ist also offenbar immobil. Es bestätigt sich auch das aus Untersuchungen von TABELING, ZOCCHI und LIBCHABER [48] bekannte Phänomen, daß an den Spitzen der Finger auftretende, nicht rasch aufklingende Störungen seitlich "abströmen" und ausgedämpft werden (siehe Bilder 5.63 - 5.68). Da diese Störungen im "immobilen" Strömungsgebiet, in dem lokal die Gesetze der Hydrostatik zutreffen, zurückgelassen werden, werden sie aufgrund der endlichen Oberflächenspannung rasch beseitigt.

Weiter wird beobachtet, wie Finger und Kavitationsblasen verschmelzen. Dabei bleibt häufig ein dünner Flüssigkeitsfilm zwischen dem Finger und der Blase bestehen (siehe Bilder 5.25, 5.52, 5.62, 5.64 und 5.65). Ebenso können zwei Kavitationsblasen verschmelzen. In Bild 5.46 ist der zwischen den Blasen aufgebrochene Film gut zu erkennen. Die Strömung im zwischen Fingern und Blasen befindlichen Film ist offenbar Zähigkeitsbestimmt. Man kann auf einigen Bildern gut erkennen, daß Finger und Blasen wegen des viskosen Widerstands des Films nicht verschmelzen. Das gleiche gilt für zwei oder mehrere Blasen (siehe Bilder 5.12, 5.15, 5.20, 5.22, 5.30, 5.38, 5.44). Der viskose Widerstand eines

solchen Films ist so groß, daß Kavitationsblasen das radiale Einwärtsströmen der freien Oberfläche verhindern (Bilder 5.33, 5.38).

Es ist zu beobachten, daß Kavitation zusammen mit einem stabilen Rand auftreten kann. Ebenso kann der Rand aufgefingert sein, ohne daß Kavitation vorliegt. Das ist insofern bemerkenswert, weil eine große Kapillarzahl Ca^* sowohl VF als auch Kavitation begünstigt.

Um die verschiedenen Strömungsformen voneinander abgrenzen zu können, muß offenbar die Differenz von Dampfdruck p_d und Umgebungsdruck p_0 als zusätzlicher Parameter berücksichtigt werden. Das Keimspektrum als weiterer Parameter wird hier vernachlässigt, da davon ausgegangen wird, daß generell Keime in ausreichender Menge vorliegen. Näheres zur Erscheinung der Kavitation findet man bei SAVAGE [38], [39] und TAYLOR [50].

Daher werden hier die Parameter p_0 , p_d und θ berücksichtigt. Es gilt also (3.10):

$$n^* = \text{fn} (Ca^*, \Delta P^*)$$

Für $n = 1$ wird die Oberfläche als stabil bezeichnet. Aus (4.20) erhält man dafür als grundsätzliche Stabilitätsbedingung:

$$Ca^* < \frac{1}{3} . \quad (6.1)$$

Mit (6.1) erhält man aus (2.16), die wie Gl. (3.3) dimensionslos gemacht wird, eine notwendige Bedingung für das Auftreten von Kavitation,

$$Ca^* > \frac{\Delta P^*}{3} \quad (6.2)$$

Auffingerung ohne Kavitation tritt auf, wenn sowohl (6.1) als auch (6.2) nicht erfüllt sind. Dazu muß also die Ungleichungskette gelten:

$$1 < 3 Ca^* < \Delta P^* \quad (6.3)$$

In umgekehrter Reihenfolge erhält man die Bedingung für gleichzeitiges Auftreten von Kavitation und einer stabilen Oberfläche,

$$\Delta P^* < 3 Ca^* < 1 . \quad (6.4)$$

Ist weder (6.3) noch (6.4) erfüllt, entstehen Mischformen, z.B. Finger und Kavitation, was in den Experimenten häufig anzutreffen ist. Bild 6.1 veran-

schaulicht die Beziehungen (6.3) und (6.4) und grenzt die Strömungsformen gegeneinander ab. Ob bei Zutreffen von (6.3) allerdings VF oder lineare Finger vorliegen, vermag man natürlich nicht vorherzusagen, da die Ergebnisse ja aus der linearen Theorie kleiner Störungen stammen.

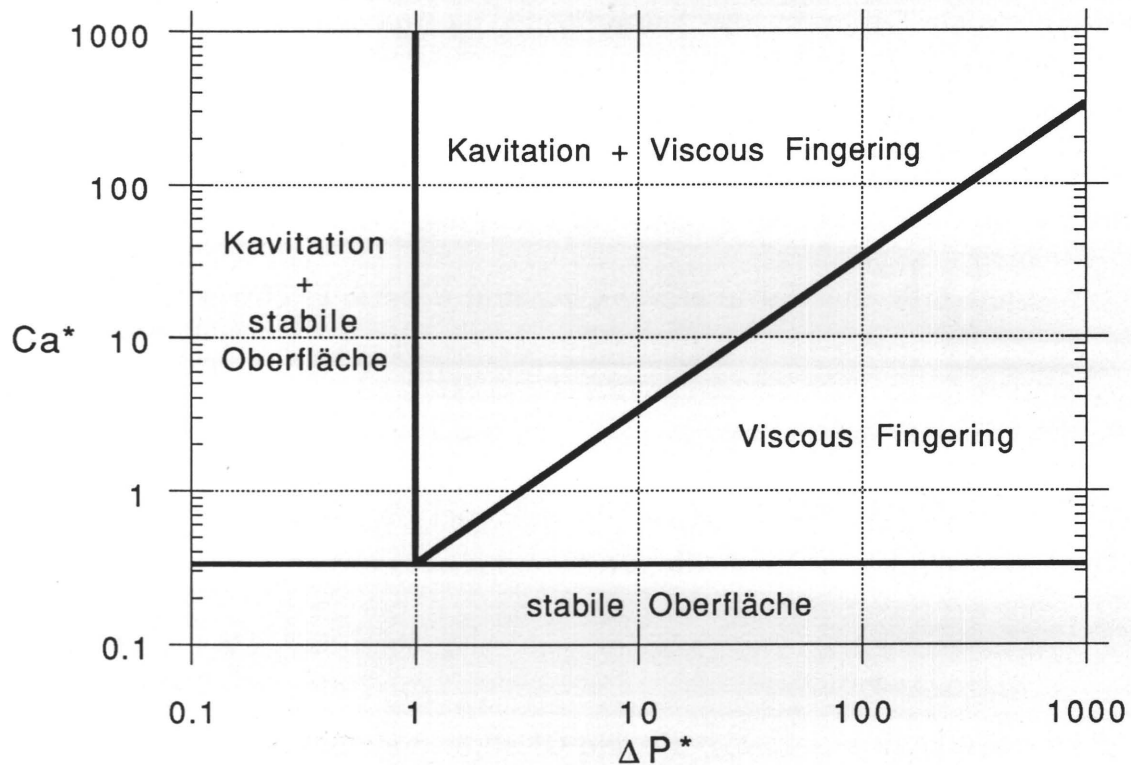


Bild 6.1: Abgrenzung der Strömungsgebiete nach Gln. (6.3) und (6.4)

Der Entstehungsort von Kavitationsblasen ist als meist dunkler Fleck innerhalb einer jeweiligen Blase zu erkennen. Der Keim, der zu Beginn des Versuchs die gesamte Höhe h_0 zwischen den Platten ausfüllt, verdrängt bei seinem Wachstum die Flüssigkeit nicht vollständig. Es bleibt auch hier ein Film zurück. Daher ist der dunkle Fleck plausibel als der damit verbundene Schichtdickensprung zu identifizieren. Bild 6.2 veranschaulicht diese Vorstellung. Die Kenntnis der Lage des Keims gestattet die Angabe bevorzugter Wachstumsrichtungen. In Experimenten mit leicht flüchtigen Flüssigkeiten, wie z.B. Benzin, ist dieser Effekt z.T. ebenfalls zu erkennen (vgl. SPURK [46], ESCHENBRENNER und ZEH [17]), obwohl dabei der zurückbleibende Film rasch

verdunstet. SCHNEIDER [42] nutzt die Annahme der vollständigen Verdampfung des Films, um das Wachstum expandierender Kavitationsblasen numerisch zu behandeln.

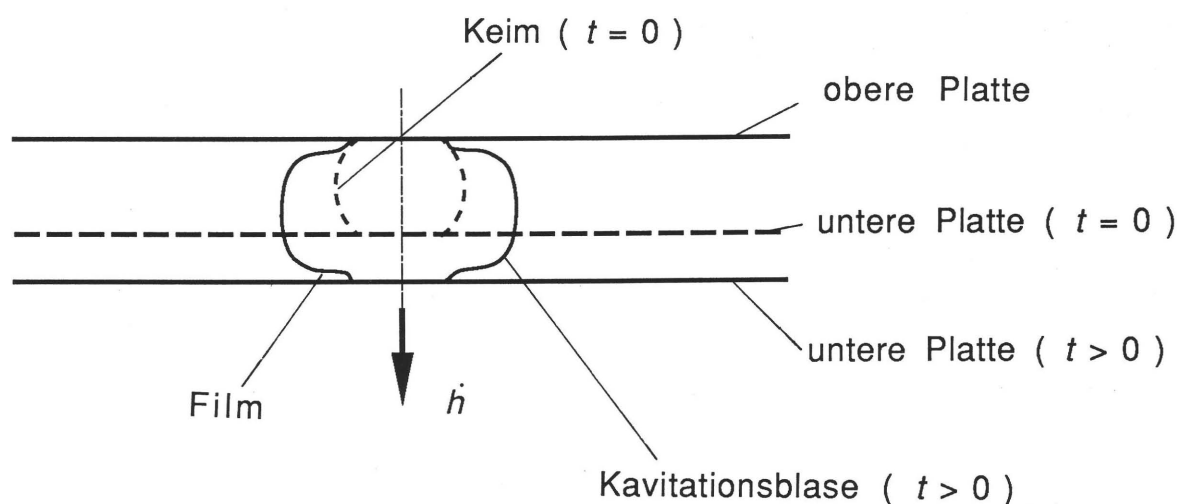


Bild 6.2: Schichtdickensprung am Kavitationskeim

6.2 Experimentelle Darstellung der Wellenzahl

Aus den in Kapitel 5 vorgestellten Bildern können die Wellenzahlen ausgezählt werden. Hierbei ist natürlich zu bedenken, daß die untere Platte im Experiment eine endliche Beschleunigung erfährt. Zu Beginn des Versuchs ist $Ca = 0$, während R/h dann seinen größten Wert besitzt. Im weiteren Verlauf wird Ca größer und R/h kleiner, bis sich eine Instabilität durchsetzen kann. Gelegentlich läßt sich in den in Kapitel 5 vorgestellten Bildern erkennen, bei welchem R/h die Auffingerung tatsächlich begann, da der ursprüngliche Rand wegen des zurückgelassenen Films noch gut erkennbar ist.

Die durch die Konstruktion der Apparatur bedingte sehr hohe Beschleunigung garantiert, daß noch bevor R/h merklich abnimmt, Ca bereits einen großen Wert erreicht. Dennoch ist zu bemerken, daß die exakte Feststellung von Ca^* kaum möglich ist. In den Versuchen lag t_{NL} in der Größenordnung von 0,7 bis 3,5 ms. Zu diesen Zeiten hat sich die Instabilität normalerweise bereits durchgesetzt. Daher wird hier, damit zumindest die im Rahmen dieser Arbeit

durchgeführten Experimente vergleichbar sind, die Kennzahl Ca^* mit den Werten R/h ($t=0$) und \dot{h} ($t=0,5ms$) gebildet.

Eine Schwierigkeit tritt auch bei der Bestimmung der Wellenzahlen n^* auf: Es ist auf den Bildern z.T. erkennbar, daß anfänglich entstandene Finger aufgrund der Oberflächenspannung wieder verschmelzen, so daß die Gefahr besteht, daß n^* zu Beginn eines Versuchs höher war als schließlich feststellbar. In den genannten Gründen ist die Ursache für die relativ große Streuung in den folgenden Bildern zu sehen.

Bilder 6.3 bis 6.7 zeigen die Wellenzahlen für verschiedene PTB-Öle in Ca^*-n^* -Diagrammen. Die in den Bildern eingezeichneten Ausgleichsgeraden stellen den Zusammenhang (3.9) dar. Der Exponent dieser Geraden liegt in der Nähe von $1/2$, was die Richtigkeit von (4.23) zeigt. Aber alle Geraden liegen wegen der o.g. Schwierigkeiten bei der Bestimmung von Ca^* und n^* niedriger als der Verlauf in Bild 4.1.

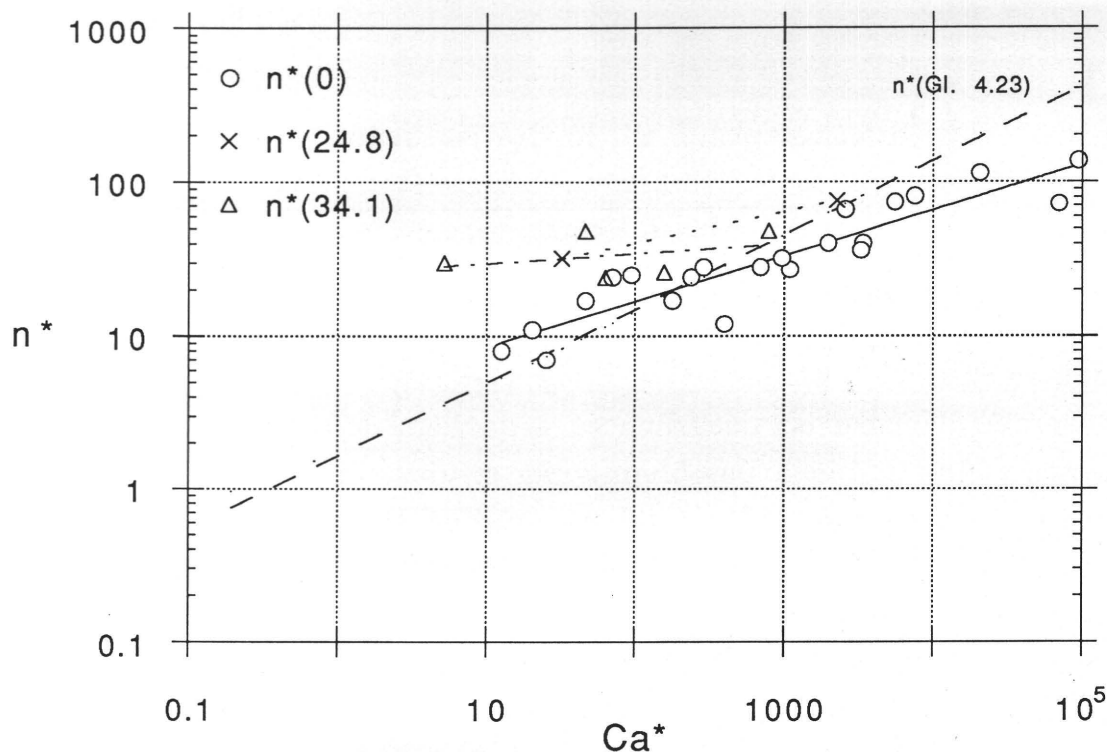


Bild 6.3: Ca^*-n^* -Diagramm für PTB-Öl 20 C ($n^*(0)$), 20 C + 24,8% NaCl ($n^*(24.8)$) und 20 C + 34,1% NaCl ($n^*(34.1)$)

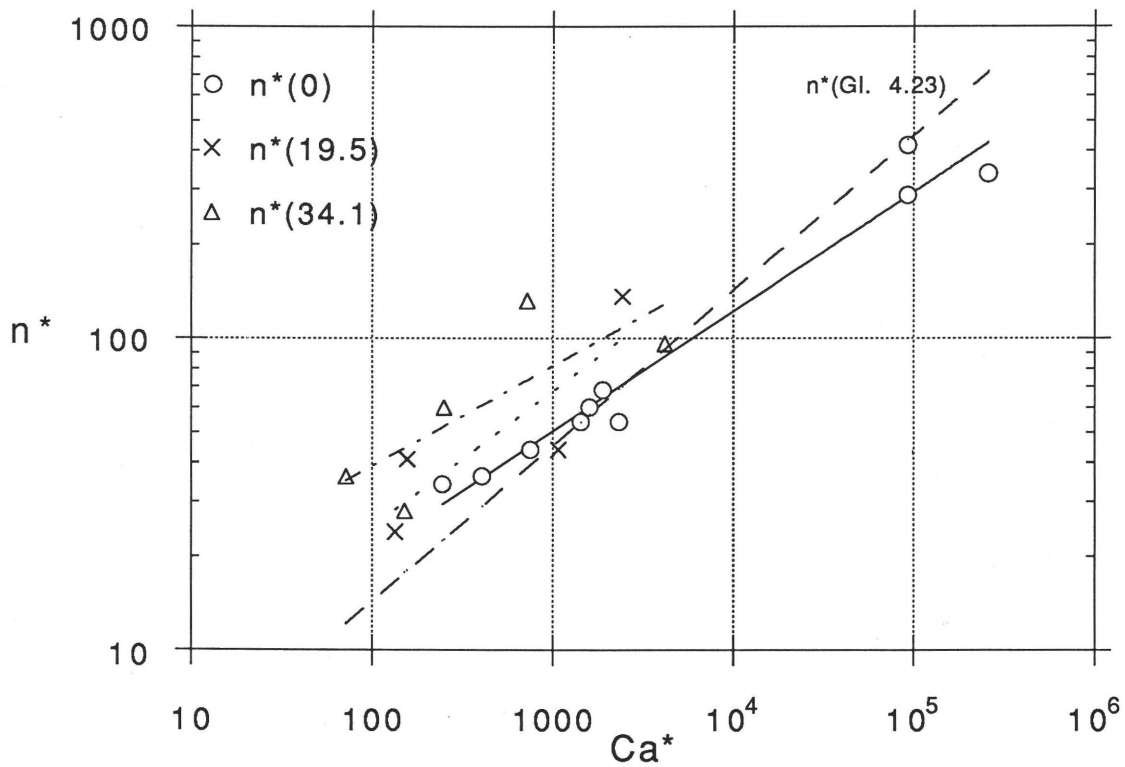


Bild 6.4: Ca^* - n^* -Diagramm für PTB-Öl 200 A ($n^*(0)$), 200 A + 19,5% NaCl ($n^*(19.5)$) und 200 A + 34,1% NaCl ($n^*(34.1)$)

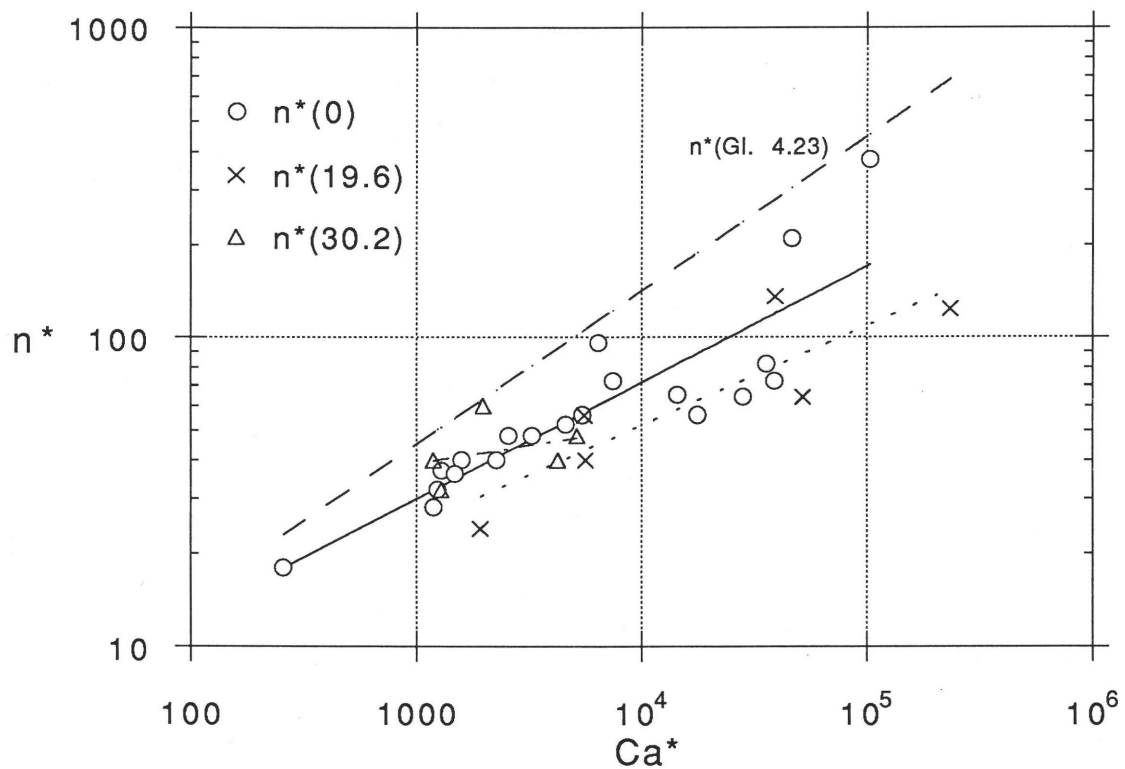


Bild 6.5: Ca^* - n^* -Diagramm für PTB-Öl 2000 A ($n^*(0)$), 2000 A + 19,6% NaCl ($n^*(19.6)$) und 2000 A + 30,2% NaCl ($n^*(30.2)$)

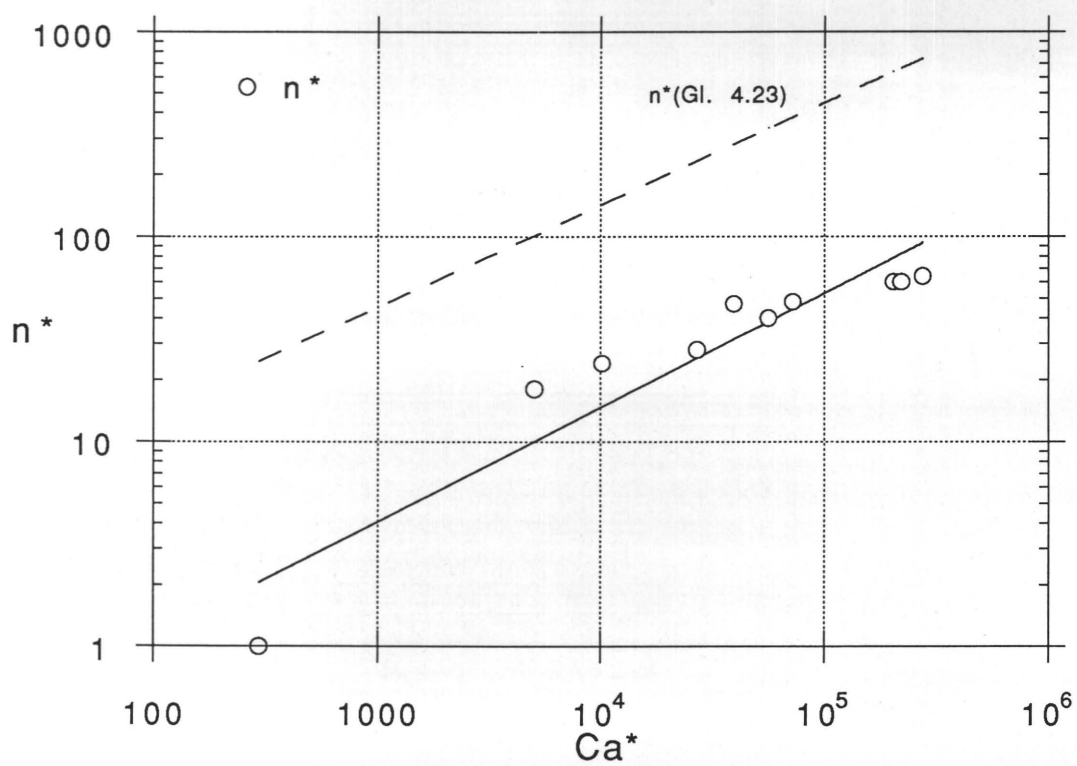


Bild 6.6: Ca^*-n^* -Diagramm für PTB-Öl 10 000 B

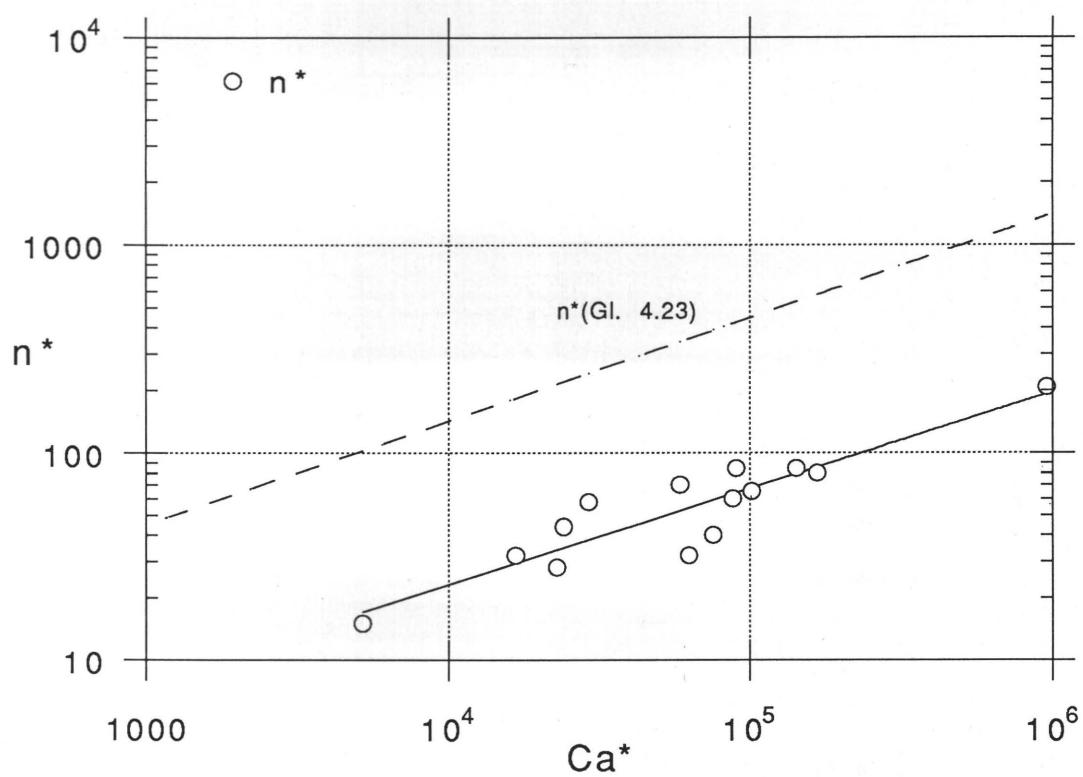


Bild 6.7: Ca^*-n^* -Diagramm für PTB-Öl 20 000 B

6.3 Einfluß des Benetzungsverhaltens

Durch eine temporäre Hydrophobisierung der Glasplatten läßt sich der Randwinkel von Glycerin auf Glas von 25° auf 100° erhöhen. Diese Möglichkeit verdankt man der grenzflächenphysikalischen Ähnlichkeit des Glycerins mit Wasser. So ist die isolierte Beurteilung des Randwinkels bei festgehaltener Oberflächenspannung und Scherviskosität der Flüssigkeit möglich.

Bild 6.8 zeigt das Ca^*-n^* -Diagramm für Glycerin bei verschiedenen Randwinkeln. Man entnimmt der Darstellung, daß die gut benetzende Flüssigkeit (kleine Randwinkel) zu erheblich höheren Wellenzahlen führt. Das prinzipielle Verhalten ist aber ähnlich, so daß für schlecht benetzende Flüssigkeiten zumindest der dimensionsanalytische Zusammenhang (3.9) zutrifft.

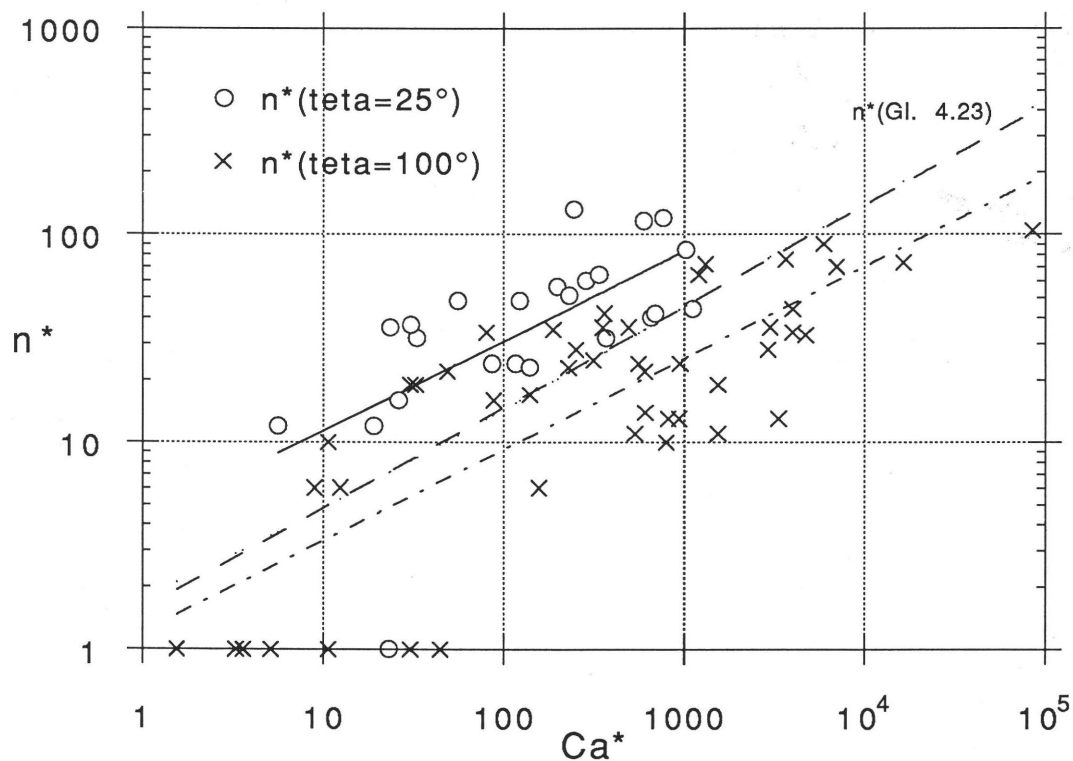


Bild 6.8: Ca^*-n^* -Diagramm für Glycerin, Randwinkel 25° ($n^*(\theta=25^\circ)$), Randwinkel 100° ($n^*(\theta=100^\circ)$)

Die Ursache für das o.g. Verhalten schlecht benetzender Flüssigkeiten liegt in der dynamischen Randbedingung (Wandhaftung), die im Darcyschen Gesetz durch die Festlegung der Permeabilität nach Gl. (2.2) impliziert ist. Experimentelle Befunde von DEGENNES [11], [12] und DUSSAN V. [15] belegen, daß die Annahme der Wandhaftung nur für gut benetzende Flüssigkeiten getroffen werden darf. Insbesondere in der Nähe der DPKL kommt es zu einer Singularität in der Wandschubspannung, die die Flüssigkeit mit Gleiten beantwortet (vgl. MOFFATT [27]). Schlechte Benetzung führt zu partiellem oder sogar vollständigem Gleiten (z.B. bei Polymerschmelzen) der Flüssigkeit auf dem Untergrund. Eine Modifikation von (2.2), etwa durch Einführung eines Slipkoeffizienten in die dynamische Randbedingung (vgl. DUSSAN V. [15], HUH und SCRIVEN [20], LAMB [23] (S. 576)), kann die (4.23) fehlende Information beitragen, so daß der Randwinkel auch analytisch berücksichtigt werden kann.

Es ist in den Bildern 5.51 bis 5.61 zu erkennen, daß trotz der schlechten Benetzung ein Film an den Glasplatten zurückbleibt. Das Gleiten ist also unvollständig, dennoch ist die Wellenzahl reduziert. Der zurückbleibende Film führt an seinem Rand meist zu einer stärkeren Lichtbrechung als bei den Versuchen mit kleinem Randwinkel. Dies ist ein, allerdings nicht belegbarer, Hinweis darauf, daß bei größerem Randwinkel ein dickerer Film an den Glasplatten zurückbleibt.

Daten für den Slip, d.h. die maximal an der Wand übertragbare Schubspannung, können nur empirisch gefunden werden. Hier soll nur qualitativ bemerkt werden, daß das Gleiten der Flüssigkeit die Permeabilität nach Gl. (2.2) erhöht und damit die Wellenzahl herabsetzt.

Weiter wirkt sich der Randwinkel θ auf den Drucksprung Δp aus, da eine nach innen gerichtete Krümmung der freien Oberfläche den kapillaren Drucksprung erhöht. Der Einfluß ist in der Anwendung jedoch klein. Für Glycerin ($\gamma = 0,063 \text{ J/m}^2$) und eine Spalthöhe von $5 \mu\text{m}$ ist der Krümmungsdruck 25200 Pa , d.h., Δp wird um $1/4$ erhöht. Das ist zwar nicht vernachlässigbar, aber auch wegen anderer fehlender Informationen schwierig zu beurteilen: Es wird zwar angenommen, $\Delta p = 10^5 \text{ Pa}$, aber bereits bei höheren Drücken kann wegen etwaiger im Fluid gelöster Luft Kavitation einsetzen.

Da die Reichweite der Kapillarkräfte nur einige \AA beträgt, müssen im Bereich des Übergangs vom Film zum Meniskus mikroskopische Phänomene auftreten, die die Gestalt des gesamten Strömungsfeldes bestimmen. In Bild 6.9 ist der interessierende Bereich schraffiert. Die von PARK und HOMSY [30], RENK,

WAYNER UND HOMSY [35] und DUSSAN V. [15] durchgeführten Störungsrechnungen können die beobachteten Phänomene nicht vollständig beschreiben. In dem in Bild 6.9 schraffierten Bereich sind Normalspannungseffekte wirksam. Im Bereich des Meniskus gilt nämlich: $\partial w/\partial z \sim \partial u/\partial z$.

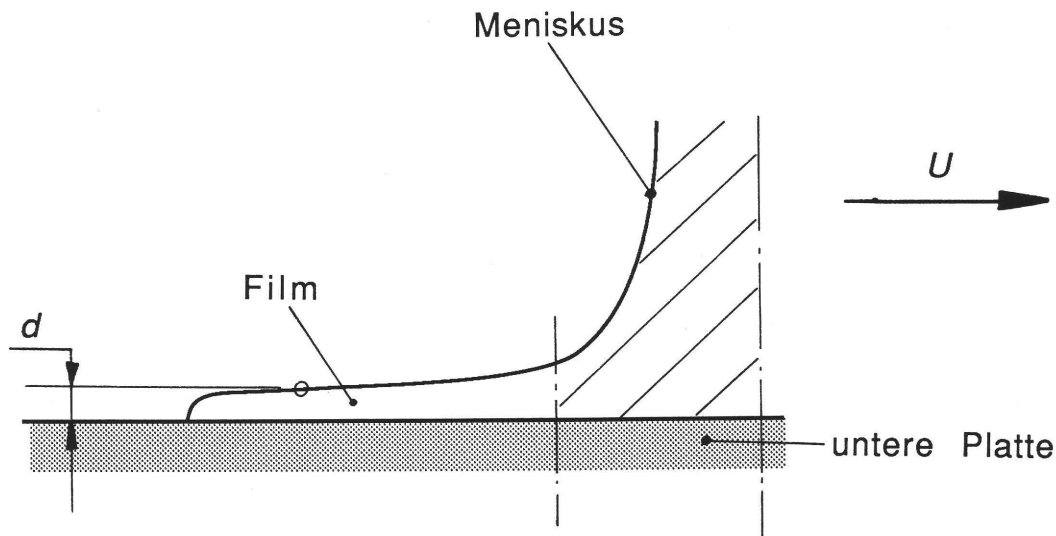


Bild 6.9: Skizze des Übergangsgebiets vom Flüssigkeitsfilm an der Wand zum Meniskus

6.4 Die Fingerweite Λ

Das in der Literatur (SAFFMAN [36], SAFFMAN und TAYLOR [37] und VANDENBROECK [51]) für die Hele-Shaw-Zelle beschriebene Phänomen, daß die Fingerweite Λ linearer Finger für $Ca^* \rightarrow 0$ den Wert 1 annimmt und für $Ca^* \rightarrow \infty$ asymptotisch den Wert $1/2$ erreicht, kann nicht bestätigt werden. MAXWORTHY [26] gibt sogar geringere Werte als $1/2$ an. In der vorliegenden Untersuchung zeigte sich erstens, daß Λ auch für sehr große Ca^* größer als $1/2$ ist, und zweitens, daß mit zunehmender Ca^* auch die Fingerweite (wieder) ansteigt (vgl. Bilder 5.10 und 5.20).

Diese Diskrepanz zwischen den Ergebnissen für die Hele-Shaw-Zelle und den hier vorgefundenen Erscheinungen ist in der grundsätzlich abweichenden Geometrie zu sehen. Die in dieser Arbeit untersuchten freien Oberflächen seien als *konvex* bezeichnet. Die freie Oberfläche in der Hele-Shaw-Zelle ist *plan*, während die freie Oberfläche einer wachsenden Kavitationsblase *konkav* ist. Es ist plausibel, daß die von einer konvexen Oberfläche ausgehenden Finger sich gegenseitig stärker bedrängen und damit ein größeres Λ bewirken, als bei einer planen oder gar konkaven Oberfläche.

Wichtig erscheint dabei die Art der Erzeugung des Druckgradienten. Durch den zunehmenden Plattenabstand werden die zwischen den Fingern liegenden Flüssigkeitslamellen der dimensionslosen Breite $1-\Lambda$ weiter verdünnt. Das ist in den Experimenten mit einer Hele-Shaw-Zelle nicht der Fall.

Bei größerer Kapillarzahl Ca (nicht zu verwechseln mit Ca^*) bleibt ein dickerer Flüssigkeitsfilm (Dicke d) an den Glasplatten zurück. Er wird für kleine Ca mit $d/h = 1,337 (\text{Ca}R/h)^{2/3}$ angegeben. Dieses Ergebnis wird aus einer singulären Störungsrechnung (vgl. BRETHERTON [5], LANDAU und LEVICH [24], PARK und HOMSY [30]) erhalten. Die hier vorliegenden Ca sind i.A. nicht notwendigerweise "klein", aber es ist davon auszugehen, daß sich dieser Effekt, wenn auch nicht analytisch quantifizierbar, auch für größere Ca manifestiert.

Die physikalischen Vorgänge an der DPKL und im zurückgelassenen Flüssigkeitsfilm sind zwar noch nicht ausreichend verstanden, aber die großen Λ in den vorliegenden Experimenten rühren vermutlich von diesen Vorgängen her.

6.5 Das Verhalten von Suspensionen

Die Wellenzahl n^* der Suspensionen liegt bei den weniger viskosen Flüssigkeiten (Öle 20 C und 200 A) höher als beim reinen Suspensionsfluid (siehe Bilder 6.3 und 6.4). Das rührt von der grundsätzlich höheren Scherviskosität der Suspension her (vgl. EINSTEIN [16]). Beim Öl 2000 A (Bild 6.5) hingegen ist die Wellenzahl der Suspension niedriger als die des reinen Suspensionsfluids.

Eine mögliche Erklärung bietet das von WINDHAB [52] entwickelte Gleitfilmmodell. Demnach tendieren die Feststoffpartikel dazu, wenigstens um den Betrag der Rauhtiefe von der Wand entfernt zu sein. Dadurch bildet sich direkt

an der Wand ein reiner Flüssigkeitsfilm. Obwohl Suspensionen i.A. eine Fließgrenze haben, gestattet dieser Flüssigkeitsfilm ein Gleiten bei beliebig kleinen Schubspannungen. Ähnlich wie bei der schlecht benetzenden Flüssigkeit wird auf diese Weise die Permeabilität erhöht und so die Wellenzahl herabgesetzt.

Die Gestalt der Finger ähnelt denen von PARK und HOMSY [31] dokumentierten Fingern, es liegt meistens VF vor. In der Literatur (BENSIMON [3], BENSIMON u.a. [4] und DEGREGORIA und SCHWARTZ [13]) wird darauf hingewiesen, daß die Instabilität der Finger durch Rauschen (engl.: *noise*) entsteht. "Störende" Feststoffpartikel führen offenbar zu einem solchen Rauschen.

6.6 Die fraktale Struktur des Viscous Fingering

Die in Kapitel 5 vorgestellten Bilder zeigen, wie bei ZEH und ESCHENBRENNER [17] und NITTMANN, DACCORD und STANLEY [28], eine *fraktale* Gestalt. Die sog. *Fraktale* gehen auf MANDELBROT zurück [25]. Sie stellen eine mathematische Konstruktion dar, die zur Simulation chaotischer (i.A. nichtlinearer) Systeme geeignet ist. Fraktale sind erstens *selbstähnlich* und zweitens ändert sich ihre Umfangslänge in Abhängigkeit des Vergrößerungsmaßstabs, mit dem sie betrachtet werden, weil sie nicht euklidisch glatt, sondern "unendlich rauh" sind. Selbstähnlich heißt, daß jede sukzessive Ausschnittsvergrößerung die gleichen Formen zeigt.

Fraktal in einem strengen mathematischen Sinn sind die hier auftretenden Strukturen natürlich nicht, da grundsätzlich in realen Problemen spätestens bei Erreichen eines molekularen Maßstabs eine weitere Verästelung unmöglich wird. Bei Änderung der Vergrößerung zeigen sich auch nicht die gleichen Muster, sondern i.A. nur ähnliche Muster. Dennoch können sie über einen weiten Bereich als fraktal angesehen werden.

In den in Kapitel 5 vorgestellten Bildern ist das VF nur ansatzweise als fraktal zu bezeichnen, es erscheint hier nicht sinnvoll, die fraktale Dimension, eine typische Größe von Fraktalen, zu ermitteln. Es sei hier aber erwähnt, daß rasch expandierende Kavitationsblasen ausgeprägtes fraktales Verhalten aufweisen (vgl. ESCHENBRENNER und ZEH [17], SPURK [46]) und daß daher dort

fraktale Dimensionen berechnet werden, um das nichtlineare Wachstum der Finger beschreiben zu können.

Kennt man etwa die Basisstruktur und die fraktale Dimension der Oberfläche, so erscheint es hoffnungsvoll, die Strömung numerisch behandeln zu können. Dazu berechnet man sie zunächst für die Basisstruktur, etwa mit einem Randlementverfahren (vgl. DEGREGORIA und SCHWARTZ [13]) oder mit Holographentransformation (vgl. SAFFMAN und TAYLOR [37], VANDEN-BROECK [51]). Durch Einführung geeigneter Rand- bzw. Symmetriebedingungen kann dann ggf. auf das gesamte Strömungsgebiet extrapoliert werden.

Für die Drucktechnik gilt aber nur: Bei Vorliegen von fraktalen Strukturen, am freien Rand oder am Rand der Kavitationsblasen, ist die Druckfarbe nicht mehr gleichmäßig verteilt. Daher ist dann mit Qualitätseinbußen zu rechnen.

6.7 **Folgerung für die drucktechnische Praxis**

Wie bereits eingangs erwähnt, korreliert die optimale Druckqualität mit einer scharfen Berandung des Druckpunktes und einer gleichmäßigen Verteilung der Farbschicht. Dazu sollte die freie Oberfläche des den Druckpunkt ausmachenden Tropfens während der Spaltungsströmung möglichst stabil sein. Ebenfalls wünschenswert ist die Vermeidung von Kavitation. Um die Farbzugkräfte gering zu halten, und damit *Rupfen* zu vermeiden, sollten die erzeugten Unterdrücke (bezogen auf den Umgebungsdruck) betragsmäßig klein sein. Die strenge Bedingung dazu lautet nach (6.1) und (6.2):

$$\text{Ca}^* < \frac{1}{3} \quad \text{und} \quad \text{Ca}^* < \frac{\Delta P^*}{3} \quad (6.5)$$

Damit läßt sich tendenziell folgendes aussagen: Die Druckpunkte sollten klein sein. Die Druckgeschwindigkeit, die Viskosität und der Dampfdruck sollten ebenfalls klein sein. Die Oberflächenspannung hingegen sollte groß sein, wobei natürlich die Benetzung des Bedruckstoffs sichergestellt sein muß. Oberflächenspannung und Dampfdruck sind allerdings nur in engen Grenzen variierbar. Die genannten Forderungen konkurrieren mit anderen Anforderungen an den Druckprozeß. So ist es bekanntlich beim Naßoffsetverfahren erforderlich, daß ein merklicher Unterschied zwischen den Viskositäten des Feuchtmittels und der Druckfarbe besteht. Außerdem soll natürlich aus wirtschaftlichen Gründen die Druckgeschwindigkeit möglichst groß sein. Das

Erzeugen sehr kleiner Druckpunkte ($<10\mu\text{m}$ Durchmesser) stellt besondere Anforderungen an die Genauigkeit der Reproduktionstechnik. Außerdem können kleinste Druckpunkte nur bei glattem und festen Bedruckstoff auflagenstabil übertragen werden. So muß im Einzelfall immer ein Kompromiß gefunden werden, aber die Aussagen (6.5) und (6.6) können bei künftigen Verfahrensentwicklungen und -verfeinerungen – Stichwort Trockenoffset oder Aniloxoffset – als Richtlinie dienen.

Es sei ergänzend darauf hingewiesen, daß kleine Druckpunkte auch aus Gründen der Moirévermeidung anzustreben sind, so daß das vorliegende Untersuchungsergebnis eine zusätzliche Motivation für Entwicklungsbemühungen in diesem Bereich darstellt.

7. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die für die drucktechnische Praxis interessanten axialsymmetrischen negativen Quetschströmungen theoretisch und experimentell untersucht. Motivation für die Untersuchung waren störende Unregelmäßigkeiten des Farbauftrags, die offensichtlich eine hydrodynamische Ursache hatten und sich mit bisherigen Modellen zur Farbspaltung (siehe HÜBNER [19]) nicht erklären ließen.

Für den normalerweise vorliegenden Fall, daß das Verhältnis von Tropfenradius R zu Spalthöhe h groß ist, läßt sich die Hydrodynamik der Farbspaltung mit der Theorie der Schmierung analysieren. So entsteht das Problem der Strömung in einer Hele-Shaw-Zelle, das bereits umfassend studiert worden ist (vgl. BENSIMON [3], BENSIMON u.a. [4], CHUOKE, VANMEURS und VAN DER POEL [9], DEGREGORIA und SCHWARTZ [14], MAXWORTHY [26], PARK und HOMSY [30], PATERSON [32], SAFFMAN [36], SAFFMAN und TAYLOR [37], TABELING und LIBCHABER [49], VANDEN-BROECK [51]). In der hier vorliegenden Form dieses Problems wird der die Strömung treibende Druckgradient jedoch durch Wegziehen einer der beiden festen Wände erzeugt. Dadurch kann neben der bekannten Saffman-Taylor-Instabilität (vgl. SAFFMAN und TAYLOR [37]) auch noch Kavitation entstehen. Das Problem expandierender Kavitationsblasen in einer Hele-Shaw-Zelle wurde von SPURK [46] behandelt.

Eine ähnliche Stabilitätsrechnung wird hier für die äußere freie Oberfläche des Flüssigkeitstropfens durchgeführt. Damit wird gezeigt, daß die freie Oberfläche des Tropfens i.A. instabil ist. Für die auftretende Wellenzahl n^* wird angegeben: $n^* = (2Ca^* + 1/3)^{1/2}$, wobei Ca^* als eine modifizierte Kapillarzahl zu verstehen ist. Sie stellt das Verhältnis von Reibungsspannungen zu Kapillarspannungen dar.

Die auftretende Strömung wird mit einem Glasplattenversuchsstand für Flüssigkeiten unterschiedlicher Scherviskosität und Oberflächenspannung experimentell dargestellt. Die fotografische Dokumentation bestätigt tendenziell die errechneten n^* . Ferner wird von den Parametern Ca^* und dem Dampfdruck

p_d abhängige Kavitation beobachtet. Die vier charakteristischen Strömungsformen, 1. stabile Strömung, 2. Auffingerung mit stabilen Fingern, 3. Auffingerung mit Viscous Fingering und 4. Kavitation werden dimensionsanalytisch voneinander abgegrenzt (Gln (6.3) und (6.4)). Im Experiment liegen meistens Mischformen vor.

In den Experimenten wird beobachtet, daß die von MAXWORTHY [26] und SAFFMAN und TAYLOR [37] angegebenen Zusammenhänge zwischen Ca^* und der Fingerweite Λ für die hier vorliegende Strömung nicht zutreffen. Hier ist Λ grundsätzlich größer 0,5 und wächst mit zunehmendem Ca^* . Die Experimente zeigen, daß die topologische Struktur der aufgefingerten Oberfläche entscheidend von der Orientierung der ungestörten Oberfläche abhängt. Die hier vorliegenden konvexen Oberflächen führen zu einer raschen gegenseitigen Behinderung der Finger. Damit wird meistens ein fraktales Auffingern verhindert. Diese Behinderung ist auch die Ursache für die festgestellten großen Λ .

Die vorliegenden Experimente zeigen, daß mit Suspensionen bei niedriger Scherviskosität des Suspensionsfluids höhere n^* erreicht werden als mit dem reinen Suspensionfluid. Bei Experimenten mit höher viskosen Suspensionsfluiden dagegen lagen die n^* niedriger als beim reinen Suspensionsfluid. Eine Erklärung hierfür liegt im Wandgleiten der Suspension (vgl. WINDHAB [52]).

Eine Hydrophobisierung der Glasplatten ermöglichte die Untersuchung von Glycerin bei Randwinkeln von 25° und 100° . Die schlechtere Benetzung führt zu signifikant geringeren n^* . Diese Erscheinung ist durch partielles Gleiten der Flüssigkeit an der Wand zu erklären.

Um eine scharfe Berandung des Druckpunktes und eine optimale Verteilung der Druckfarbe zu erreichen, sollten die Druckpunkte möglichst klein sein. Dabei sind natürlich die Verfahrensgrenzen im Hinblick auf die Rauigkeit des Bedruckstoffs zu berücksichtigen. Die Viskosität, die Druckgeschwindigkeit und der Dampfdruck sollten ebenfalls klein sein. Die Oberflächenspannung sollte hingegen groß sein, wobei natürlich sichergestellt sein muß, daß eine Benetzung des Bedruckstoffs möglich ist.

8. Literatur

- [1] ALLEN, R. F.: The Role of Surface Tension in Splashing, *J. Coll. Interf. Sc.* **51** (1975) 350 – 351
- [2] BECKER, E.; BÜRGER, W.: *Kontinuumsmechanik*, Teubner, Stuttgart, 1975
- [3] BENSIMON, D.: Stability of viscous fingering, *Phys. Rev. A*, **33** (1986) 1302-1308
- [4] BENSIMON, D.; KADANOFF, L. P.; LIANG, S.; SHRAIMAN, B. I.; TANG, C.: Viscous flows in two dimensions, *Rev. Mod. Phys.* **58** (1986) 977-999
- [5] BRETHERTON, F. P.: The motion of long bubbles in tubes, *J. Fluid Mech.* **10** (1961) 166-188
- [6] BRIGGS, L.J.: Limiting Negative Pressure of Water, *J. Appl. Phys.* **21** (1950) 721
- [7] BRONSTEIN, I. N.; SEMENDJAJEW, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt, 24. Aufl. 1989
- [8] CHANDRASEKHAR, S.: *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford, Clarendon Press, 1961
- [9] CHUOKE, R. L.; VAN MEURS, P.; VAN DER POEL, C.: The Instability of Slow, Immiscible, Viscous Liquid-Liquid Displacements in Permeable Media, *Trans. Am. Inst. Min. Met. Petrol. Eng.* **216** (1959) 188 – 194
- [10] COYLE, D. J.; MACOSKO, C. W.; SCRIVEN, L. E.: Stability of symmetric film-splitting between counter-rotating cylinders, *J. Fluid Mech.* **216** (1990) 437-458
- [11] DE GENNES, P. G.: Wetting: statics and dynamics, *Rev. of Modern Physics*, **57** (1985) 3/I, 827-863

- [12] DE GENNES, P. G.; HUA, X.; LEVINSON, P.: Dynamics of wetting: local contact angles, *J. Fluid Mech.* **212** (1990) 55-63
- [13] DEGREGORIA, A. J.; SCHWARTZ, L. W.: A boundary integral method for two-phase displacement in Hele-Shaw cells, *J. Fluid Mech.* **164** (1986) 383-400
- [14] DEGREGORIA, A. J.; SCHWARTZ, L. W.: Finger breakup in Hele-Shaw cells, *Phys. Fluids* **28** (1985) 2313-2314
- [15] DUSSAN V., E. B.: The moving contact line: the slip boundary condition, *J. Fluid Mech.* **77** (1976) 665-684
- [16] EINSTEIN, A.: Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen, *Ann. Phys.* **34** (1911) 591-592
- [17] ESCHENBRENNER, J.; ZEH, F.: Untersuchung von Kavitationsblasen zwischen zwei sich auseinanderbewegenden parallelen Platten mit Photo und Film, sowie des fraktalen Wachstums, *Studienarbeit*, Fachgebiet Technische Strömungslehre, TH Darmstadt, 1991, unveröffentlicht
- [18] GOKHALE, V. V.: Improved Stability Criterion for Lubrication Flow between Counterrotating Rollers, *AIChE J.* **29** (1983) 865-866
- [19] HÜBNER, G.: Ein Beitrag zum Problem der Flüssigkeitsspaltung in der Drucktechnik, *Dissertation*, TH Darmstadt, 1991
- [20] HUH, C.; SCRIVEN, L. E.: Hydrodynamic Model of Steady Movement of a Solid/Liquid/Fluid Contact Line, *J. Coll. Interf. Sc.* **35** (1971) 85-101
- [21] JUNG, U.: Beitrag zur Benetzung rauher und poröser Festkörperoberflächen, *Dissertation*, TH Darmstadt, 1992
- [22] KÜHLMAYER, L.: Entwurf eines Parallel-Platten-Tackmeters, *Studienarbeit*, Fachgebiet Druckmaschinen und Druckverfahren der TH Darmstadt, 1985, unveröffentlicht
- [23] LAMB, H.: *Hydrodynamics*, Dover Publ., New York, 1932 (6th ed.)
- [24] LANDAU, L.; LEVICH, B.: Dragging of a Liquid by a Moving Plate, *Acta Physicochimica U.R.S.S.* Vol. **XVII** (1942) 42-54

- [25] MANDELBROT, B. B.: *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman, New York, 1982
- [26] MAXWORTHY, T.: The nonlinear growth of a gravitationally unstable interface in a Hele-Shaw cell, *J. Fluid Mech.* **177** (1987) 207-232
- [27] MOFFATT, H. K.: Viscous and resistive eddies near a sharp corner, *J. Fluid Mech.* **18** (1964) 1-18
- [28] NITTMANN, J., DACCORD, G., STANLEY, H. E.: Fractal growth of viscous fingers: quantitative characterization of a fluid instability phenomenon, *Nature*, **314** (1985) 141-144
- [29] PARK, C.-W.; GORELL, S.; HOMSY, G.M.: Two-phase displacement in Hele-Shaw cells: experiments on viscously driven instabilities, *J. Fluid Mech.* **141** (1984) 275-287
- [30] PARK, C.-W.; HOMSY, G. M.: Two-phase displacement in Hele-Shaw cells: theory, *J. Fluid Mech.* **139** (1984) 291-308
- [31] PARK, C.-W.; HOMSY, G. M.: The instability of long fingers in Hele-Shaw flows, *Phys. Fluids* **28** (1985) 1583-1585
- [32] PATERSON, L.: Radial fingering in a Hele-Shaw cell, *J. Fluid Mech.* **113** (1981) 513-529
- [33] PATERSON, L.: Fingering with miscible fluids in a Hele-Shaw cell, *Phys. Fluids* **28** (1985) 1, 26-30
- [34] PITTS, E.; GREILLER, J.: The flow of liquid films between rollers, *J. Fluid Mech.* **11** (1961) 33-50
- [35] RENK, F.; WAYNER, JR., P. C.; HOMSY, G. M.: On the Transition between a Wetting Film and a Capillary Meniscus, *J. Coll. Interf. Sc.* **67** (1978) 408-414
- [36] SAFFMAN, P. G.: Viscous fingering in Hele-Shaw cells, *J. Fluid Mech.* **173** (1986) 73-94

- [37] SAFFMAN, P. G.; TAYLOR, G. I.: The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid, *Proc. Roy. Soc. Lond.* **245A** (1958) 312-329
- [38] SAVAGE, M. D.: Cavitation in lubrication, Part 1: On boundary conditions and cavity-fluid interfaces, *J. Fluid Mech.* **80** (1977) 743-755
- [39] SAVAGE, M. D.: Cavitation in lubrication, Part 2: Analysis of wavy interfaces, *J. Fluid Mech.* **80** (1977) 757-767
- [40] SAVAGE, M. D.: Mathematical Model for the Onset of Ribbing, *AIChE J.* **30** (1984) 999-1002
- [41] SCHAEFFER, W. D.; ZETTLEMOYER, A. C.: The Splitting of Thin Liquid Films, *National Printing Ink Research Institute*, Project Report No. 38, 1957
- [42] SCHNEIDER, J.: Berechnung der Kavitation im Schmierpalt unter Berücksichtigung endlicher Verdampfungsraten, *Diplomarbeit*, Fachgebiet Technische Strömungslehre der TH Darmstadt, 1989, unveröffentlicht
- [43] SCHULZ, R.: Versuchsstand zur photographischen Untersuchung von Kavitationsblasen zwischen zwei sich auseinanderbewegenden Platten, *Studienarbeit*, Fachgebiet Technische Strömungslehre der TH Darmstadt, 1990, unveröffentlicht
- [44] SPURK, J. H.: *Strömungslehre*, Springer, Berlin, Heidelberg usw., 2. Aufl., 1989
- [45] SPURK, J. H.: *Dimensionsanalyse in der Strömungslehre*, Springer, Berlin, Heidelberg usw., 1992
- [46] SPURK, J. H.: Fractal Geometry in Vaporisation, *Fractal Geometry and Computer Graphics*, CGDV-Buchreihe, Springer, Berlin, Heidelberg usw., 1992

- [47] STEIDEL, J.; URBAN, H.; JOPPIEN, G. R.: Untersuchungen von grenzflächenphysikalischen Eigenschaften und deren Veränderungen an farb- und wasserführenden Oberflächen in Offsetdruckmaschinen, *Institutsbericht* 2/1988, Institut für Druckmaschinen und Druckverfahren der TH Darmstadt
- [48] TABELING, P.; ZOCCHI, G.; LIBCHABER, A.: An experimental study of the Saffman-Taylor instability, *J. Fluid Mech.* **177** (1987) 67-82
- [49] TABELING, P.; LIBCHABER, A.: Film draining and the Saffman-Taylor problem, *Phys. Rev. A.* **33** (1986) 794-796
- [50] TAYLOR, G. I.: Cavitation of a viscous fluid in narrow passages, *J. Fluid Mech.* **16** (1963) 595-619
- [51] VANDEN-BROECK, J.-M.: Fingers in a Hele-Shaw Cell with surface tension, *Phys. Fluids*, **26** (1983) 8 2033-2034
- [52] WINDHAB, E.: Untersuchungen zum rheologischen Verhalten konzentrierter Suspensionen, *VDI-Fortschrittberichte*, Reihe 3, Nr. 118

Lebenslauf

Helmut Behler

Anschrift: Frankfurter Strasse 36, 6100 Darmstadt
Geburtsdatum: 19. Dezember 1956
Geburtsort: Essen
Eltern: Dr. Wolfgang Behler, Dr. Renate Behler
Familienstand: Ledig
Staatsangehörigkeit: Deutsch

1963-1967 Grundschole
1967-1976 Gymnasium
2. Juni 1976 Abitur

1976-1981 Studium des Maschinenbaus an der Technischen
Hochschule Darmstadt
20. November 1981 Diplom

1981-1982 Wissenschaftliche Hilfskraft am Fachgebiet
Arbeitswissenschaft der TH Darmstadt

1982-1987 Industrietätigkeit in den Firmen Maschinenfabrik
Augsburg-Nürnberg AG, Gustavsburg, und Alfred
Teves GmbH, Frankfurt am Main

1987-1991 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Druck-
maschinen und Druckverfahren der TH Darmstadt
(Fachgebietsleiter: Prof. Dr.-Ing. Chr. Hars)

1992 Freie Mitarbeit und Fertigstellung der Dissertation